Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

12. Juni 2007

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
Dr. Kathy Lüdge
Dr. Michael Block

www.itp.tu-berlin.de/ss07tpiii.html

8. Übungsblatt – Theoretische Physik III – Elektrodynamik/Optik

Abgabe: Montag 18.6.2007 bis 12:00 in den Briefkasten (Altbau) oder online über Moodle

Aufgabe 17 (7 Punkte): *Fernfeldnäherung*

Zeigen Sie ausgehend vom Vektorfeld $\mathbf{A}$ in elektrischer Dipolstrahlungsnäherung

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi r}\dot{\mathbf{p}}(t-\frac{r}{c})$$

und unter Benutzung der Lorenz-Eichung, dass für die Felder in Fernfeldnäherung gilt:

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(\mathbf{r},t) &= \frac{\mu_0}{4\pi c}\frac{1}{r^2}\ddot{\mathbf{p}}(t-\frac{r}{c})\times\mathbf{r} + O(\frac{1}{r^2})\\ \mathbf{E}(\mathbf{r},t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2}\frac{1}{r^3}\left[\ddot{\mathbf{p}}(t-\frac{r}{c})\times\mathbf{r}\right]\times\mathbf{r} + O(\frac{1}{r^2})\end{aligned}$$

Aufgabe 18 (7 Punkte): *Maxwell'scher Spannungstensor, Strahlungsdruck*

(a) Zeigen Sie, dass folgende Relation gilt:

$$\begin{aligned}\mathbf{B}\times(\nabla\times\mathbf{B}) &= \frac{1}{2}\nabla(\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}) - (\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B}\\ &= \nabla(\frac{1}{2}\underline{\underline{\mathbf{1}}}(\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}) - \mathbf{B}\otimes\mathbf{B}) + \mathbf{B}(\nabla\cdot\mathbf{B})\end{aligned}$$

(b) Eine elektromagnetische Welle falle senkecht auf eine Wand. Die Welle werde beschrieben durch das Vektorpotenzial $\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A_0}\cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)$, wobei $\mathbf{A}$ senkrecht auf $\mathbf{k}$ stehe. Berechnen Sie den Strahlungsdruck auf die Wand für die beiden Fälle, dass die Wand:

- schwarz ist, also alle Strahlung vollständig absorbiert
- ideal verspiegelt ist, also alle Strahlung mit unveränderter Intensität reflektiert.

(c) **Zusatz**: Funktionieren Lichtmühlen (Glaskugeln mit Flügelrad) aufgrund des Strahlungsdrucks? Begründen Sie die Antwort?

Aufgabe 19 (6 Punkte): *Longitudinal-Transversal-Zerlegung*

Ein Vektorfeld $\mathbf{V}$ sei auf $\mathbb{R}^3$ definiert und zweimal stetig differenzierbar. Im Unendlichen soll es stärker als $1/r$ abfallen.
Zeigen Sie, daß man den longitudinalen Anteil $\mathbf{V_l}$ bzw. den transversalen Anteil $\mathbf{V_t}$ des Vektorfeldes $\mathbf{V}=\mathbf{V_t}+\mathbf{V_l}$ mit $\nabla\times\mathbf{V_l}=0$, $\nabla\cdot\mathbf{V_t}=0$ wie folgt darstellen kann:

$$\mathbf{V_l}(\mathbf{r}) = -\nabla\left(\frac{1}{4\pi}\int d^3r'\frac{\nabla_{r'}\cdot\mathbf{V}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right)$$

$$\mathbf{V_t}(\mathbf{r}) = \nabla\times\left(\frac{1}{4\pi}\int d^3r'\frac{\nabla_{r'}\times\mathbf{V}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right)$$