Regeln für Determinanten : $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$

1. allg. Def:

$$\det \underline{\underline{A}} = \sum_{\text{alle } p} v(p)\, A_{i_1 1} A_{i_2 2} \cdots A_{i_n n}$$

$p = (i_1 i_2 \dots i_n)$ ... Permutation von $(1 2 \dots n)$

$$v(p) = \begin{cases} 1 & \text{für } (1 2 \dots n) \text{ und gerade Permutationen} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen} \end{cases}$$

2. $\det \underline{\underline{A}} = \det \underline{\underline{A}}^t$

3. $\det (\underline{\underline{A}}\, \underline{\underline{B}}) = (\det \underline{\underline{A}})(\det \underline{\underline{B}})$

4. linear in jedem Spaltenvektor

$$\begin{vmatrix} A_{11} & \alpha A_{12} + \beta B_{12} & \cdots \\ A_{21} & \alpha A_{22} + \beta B_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots \\ A_{21} & A_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix} + \beta \begin{vmatrix} A_{11} & B_{12} & \cdots \\ A_{21} & B_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix}$$

5. Vertausche zwei Spaltenvektoren

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots \\ A_{21} & A_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} A_{12} & A_{11} & \cdots \\ A_{22} & A_{21} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix}$$

6. $\det \underline{\underline{A}} = 0$ $\longleftarrow$ zwei parallele Spaltenvektoren
   $\longleftrightarrow$ linear abhängige "

7. 4.–6. auch für Zeilenvektoren gültig

8. Entwicklungssatz

$$\det \underline{\underline{A}} = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & & & & \\ A_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & A_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= A_{11} \bar{A}_{11} - A_{12} \bar{A}_{12} + A_{13} \bar{A}_{13} - \dots A_{1n} \bar{A}_{1n}$$

$\bar{A}_{1i}$ ... Unterdeterminante für Matrix, die aus $\underline{\underline{A}}$ entsteht, wenn man 1. Zeile und i. Spalte streicht