Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. H. Stark,
Sebastian Heidenreich,
Reinhard Vogel
20. Juni 2007

10. Übungsblatt zur Mathematische Methoden der Physik

Abgabe (Einzelabgabe): Eine Woche nach der Ausgabe im entspechenden Tutorium.

Aufgabe 1 : *Nabla Operator (schriftlich)*

In der Vorlesung wurde der Nabla-Operator in beliebigen Koordinaten eingeführt.

(a) Leiten Sie den Nabla-Operator in Kugelkoordinaten her.

(b) Bestimmen Sie damit die Gradienten

$$\nabla r, \;\; \nabla f(r)$$

in Kugelkoordinaten.

Das Potenzial eines Dipols ist durch

$$U(r, \vartheta) = \frac{p\cos(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

gegeben. Hierbei sind p und ϵ_0 Konstanten.

(c) Berechnen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E} = -\nabla U$ und deren Betrag $|\mathbf{E}|$.

(d) Mit welcher Potenz nimmt $|\mathbf{E}|$ mit dem Abstand vom Dipol ab und für welche Winkel ϑ ist $|\mathbf{E}|$ minimal bzw. maximal?

Aufgabe 2 : *Ableitungsregeln (mündlich)*
Zeigen Sie für den Nablaoperator in kartesischen Koordinaten $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})^T$ folgende Regeln:

(a) Gegeben sind die Skalarfelder $U, V : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ und die Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\nabla(aU + bV) = a\nabla U + b\nabla V \qquad \text{(Linearität)}$$
$$\nabla(UV) = (\nabla U)V + U\nabla(V) \qquad \text{(Leibniz-Regel)}$$

(b) Es sei $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ ein konstanter Vektor, $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ der Ortsvektor mit Länge $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ und Richtung $\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ und $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie

$$\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{a}$$
$$\nabla r = \hat{\mathbf{r}}$$
$$\nabla f(r) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r}(r)\hat{\mathbf{r}}.$$

Bitte wenden ⟶

Aufgabe 3 : *konservative Kräfte (mündlich)*

Berechnen Sie die Kräfte $\mathbf{F} = -\nabla\Phi$ der folgenden Potenziale

$$\begin{aligned} \phi_1(x,y,z) &= \frac{1}{r^n} \\ \phi_2(x,y) &= \ln(\rho) \\ \phi_3(x,y,z) &= \frac{e^{-kr}}{r} \\ \phi_4(x,y,z) &= \sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}), \end{aligned}$$

wobei $\mathbf{r} = (x,y,z)^T$ der Ortsvektor mit Länge $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ und $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ ist.

- Vorlesung: Fr 8^{15} - 9^{45} Uhr Uhr, PN 203

  Tutorien: Mo 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mo 12^{15} - 13^{45} Uhr, Mo 14^{15}-15^{45} Uhr, Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 14^{15}-15^{45} Uhr

- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** http://www.itp.tu-berlin.de/8391.html

- **Sprechstunde:** S. Heidenreich Fr, 14.00-15.00 Uhr, PN 702, R. Vogel Do, 11.00-12.00 Uhr, PN 708

- **Übungsschein:** Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedern sich in drei Teile: Mindestens 50 Prozent der schriftlichen Übungspunkte (Einzelabgabe). Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung sinnvoll bearbeitete Aufgaben an. In der Übung besteht die Möglichkeit die angekreuzten Aufgaben vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen 50 Prozent der mündlichen Aufgaben angekreuzt und zwei Aufgaben vorgerechnet werden. Am Ende des Semesters wird es eine Klausur geben. Die Klausur gilt als bestanden, wenn mehr als 50 Prozent erreicht werden.Werden 30 Prozent erreicht besteht die Möglichkeit an einer Nachklausur bzw. an einer Rücksprache teilzunehmen.

- **Klausurtermin:** Die Klausur findet am 20.7.2007 um 14.00 Uhr im H01058 statt.