Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. H. Stark,
Sebastian Heidenreich,
Reinhard Vogel
8. Juni 2007

8. Übungsblatt zur Mathematische Methoden der Physik

Abgabe (Einzelabgabe): Eine Woche nach der Ausgabe im entspechenden Tutorium.

Aufgabe 1 : *Bahnkurve im Schwimmbad (schriftlich)*

Paul sieht im Schwimmbad eine Rutsche in der Form einer Schraubenlinie. Als angehender Physiker möchte er nichts dem Zufall überlassen. Vor der Rutschpartie überlegt er sich daher Folgendes: Wenn ich, idealisiert als Massenpunkt der Masse m, mit der Kreisfrequenz ω auf dieser Schraubenlinie mit dem Radius R um die z-Achse herumrutsche, bedeutet dies, dass die Projektion der Bahnkurve auf die x, y-Ebene eine Kreisbahn mit dem Radius R ist. Falls meine Geschwindigkeit in z-Richtung den Betrag v_z hat und ich zum Zeitpunkt $t = 0$ den Punkt $\mathbf{P} = (R, 0, 0)$ passiere kann ich mir meine Bahn im Vorhinein überlegen. Du kannst Paul nun dabei helfen:

(a) Gib die Bahnkurve für diese Bewegung an.

(b) Bestimme die Geschwindigkeit und die Beschleunigung von Paul und gib seine Komponenten bezüglich einer Basis aus Zylinderkoordinaten an.

(c) Wo hat Paul die maximale Geschwindigkeit in x-Richtung?

(d) Berechne die in der Zeit t zurückgelegte Weglänge $s(t) = \int_0^t |\frac{d\mathbf{r}(t')}{dt'}|dt'$ und drücke $\mathbf{r}$ als Funktion von s aus. Wie lang ist der zurückgelegte Weg nach einem vollen Umlauf auf der Schraubenlinie?

(e) Berechne die Tangenten-,Normalen- und Binormalen-Einheitsvektoren $\hat{\mathbf{t}}$, $\hat{\mathbf{n}}$ und $\hat{\mathbf{b}}$, die das begleitende Dreibein bilden.

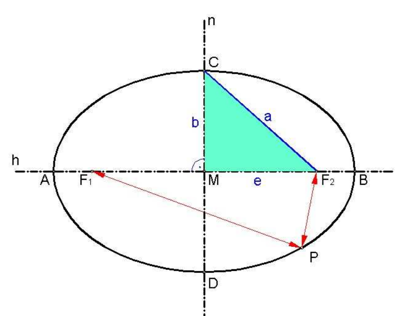
Hinweis:
Die Tangenten-,Normalen- und Binormalen-Einheitsvektoren sind wie folgt definiert:

$$\hat{\mathbf{t}} = \frac{d\mathbf{r}(s)}{ds}, \quad \hat{\mathbf{n}} = \frac{d\mathbf{t}(s)}{ds}/|\frac{d\mathbf{t}(s)}{ds}|, \quad \hat{\mathbf{b}} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$$

Aufgabe 2 : *Ellipse (mündlich)*

Die Ellipse ist der geometrische Ort aller Punkte $P = (x, y)$, für die die Summe der Entfernungen zu zwei gegebenen festen Punkten $F_1 = (e, 0)$ und $F_2 = (-e, 0)$ (F_1, F_2: Brennpunkte) konstant $2a > 0$ ist, d.h.

$$|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a.$$



(a) Bestimmen Sie die Ellipsengleichung in Kartesischen Koordinaten (in Abhängigkeit von a und b).

(b) Überlegen Sie sich eine geeignete Parameterform $(x, y) = (f(t), g(t))$ der Ellipse. Berechnen Sie den Tangentialvektor $\frac{\mathrm{d}(x,y)}{\mathrm{d}t}$.

(c) Bestimmen Sie die Ellipsengleichung in Polarkoordinaten. Verwenden Sie dazu die Größen $k = b^2/a$ und $\epsilon = e/a < 1$ (Exzentrizität) und legen Sie den Koordinatenursprung in einen Brennpunkt.
Hinweis: Berechnen Sie $|\overline{F_1P}|^2 - |\overline{F_2P}|^2$ einmal mit Hilfe der binomischen Formel und einmal mit dem Satz von Pythagoras.

(d) Diskutieren Sie die Ergebnisse aus (a-c) für den Fall $\epsilon = 0$.

Aufgabe 3 : *Wellen (mündlich)*
Gegeben sind die 4 (zeitabhängigen) Skalarfelder (Wellen)

$$\psi_\pm(\mathbf{r}, t) = \psi_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm \omega t).$$
$$\psi_s(\mathbf{r}, t) = \psi_+(\mathbf{r}, t) + \psi_-(\mathbf{r}, t)$$
$$\psi_a(\mathbf{r}, t) = \psi_+(\mathbf{r}, t) - \psi_-(\mathbf{r}, t)$$

Skitzieren Sie die Flächen gleicher Phase zu einem festen Zeitpunkt. Diskutieren und vergleichen Sie das zeitliche Verhalten der vier Wellen.

- Vorlesung: Fr 8^{15} - 9^{45} Uhr Uhr, PN 203

  Tutorien: Mo 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mo 12^{15} - 13^{45} Uhr, Mo 14^{15}-15^{45} Uhr, Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 14^{15}-15^{45} Uhr

- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** http://www.itp.tu-berlin.de/8391.html

- **Sprechstunde:** S. Heidenreich Fr, 14.00-15.00 Uhr, PN 702, R. Vogel Do, 11.00-12.00 Uhr, PN 708

- **Übungsschein:** Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedern sich in drei Teile: Mindestens 50 Prozent der schriftlichen Übungspunkte (Einzelabgabe). Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung sinnvoll bearbeitete Aufgaben an. In der Übung besteht die Möglichkeit die angekreuzten Aufgaben vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen 50 Prozent der mündlichen Aufgaben angekreuzt und zwei Aufgaben vorgerechnet werden. Am Ende des Semesters wird es eine Klausur geben. Die Klausur gilt als bestanden, wenn mehr als 50 Prozent erreicht werden.Werden 30 Prozent erreicht besteht die Möglichkeit an einer Nachklausur bzw. an einer Rücksprache teilzunehmen.

- **Klausurtermin:** Die Klausur findet am 20.7.2007 um 14.00 Uhr im H01058 statt.