Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Priv.-Doz. Dr. S. Klapp
Dipl.-Phys. Jan Schlesner http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html

2. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Dienstag 08.05.07 in der Vorlesung

Aufgabe 3(8 Punkte): *Basiswechsel*

Seien $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ zwei Matrizen, so daß zwei orthonormierte Basen $\{|\alpha_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$ und $\{|\beta_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$ existieren, welche nur aus Eigenvektoren der Matrix $\mathcal{A}$ bzw. der Matrix $\mathcal{B}$ bestehen. Außerdem gehen wir hier zur Vereinfachung davon aus, daß die zugehörigen Eigenwerte α_n bzw. β_n nichtentartet sind (also der zu einem Eigenwert gehörige Eigenraum eindimensional ist). Mit $\mathcal{A}$– bzw. $\mathcal{B}$–Darstellung bezeichnen wir die Darstellung in der Basis $\{|\alpha_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$ bzw. $\{|\beta_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$.

- Es sei die $\mathcal{A}$-Darstellung von $|\psi\rangle$ gegeben durch $a_n := \langle\alpha_n|\psi\rangle$ (d.h. $|\psi\rangle = \sum_n a_n|\alpha_n\rangle$). Welche Form hat $|\psi\rangle$ in der $\mathcal{B}$-Darstellung? (Gesucht werden also die Koeffizienten b_n in Abhängigkeit von den Koeffizienten a_n, wobei $|\psi\rangle = \sum_n b_n|\beta_n\rangle$ gilt.)
- Welche Form hat die Matrix $\mathcal{A}$ in der $\mathcal{A}$- ($Tutorium$) und in der $\mathcal{B}$-Darstellung ($Aufgabe$), d.h. wie sieht der Vektor $\mathcal{A}|\psi\rangle$ in der jeweiligen Darstellung aus, wenn $|\psi\rangle$ in eben dieser Darstellung gegeben ist?
- Seien $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$. Gegeben sei der Vektor $|\psi\rangle = 5|\alpha_1\rangle + 3|\alpha_2\rangle$ (mit $\alpha_1 = -1$ und $\alpha_2 = 1$). Berechnet aus der gegebenen $\mathcal{A}$–Darstellung von $|\psi\rangle$ die $\mathcal{B}$–Darstellung und gebt $\mathcal{A}$ in beiden Darstellungen an. $Tipp$: Bestimmt zuerst die Eigenwerte und Eigenvektoren von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ in der gegebenen Darstellung und wendet dann die Ergebnisse aus den vorhergehenden Teilaufgaben an.

Aufgabe 4(12 Punkte): *Orts– und Impulsoperatoren*

In diesem Aufgabenteil betrachten wir den Ortsoperator $\hat{\mathrm{x}}$ und den Impulsoperator $\hat{\mathrm{p}}_x$ in einer Dimension.

- Sei x_0 ein Eigenwert des Ortsoperators $\hat{\mathrm{x}}$. Gebt einen geeigneten Eigenvektor $\langle x_0|$ des Ortsoperators an, so dass $\langle x_0|\psi\rangle$ die übliche Orstdarstellung ist. ($Tutorium$)
- Findet geeignete Eigenvektoren $\langle p_0|$ des Impulsoperators, so dass $\psi(p_0) = \langle p_0|\psi\rangle$ die übliche Impulsdarstellung ist. Überprüft die Eigenschaft $\langle p_0|\hat{\mathrm{p}}_x|\psi\rangle = p_0 \cdot \langle p_0|\psi\rangle$. ($Tutorium$)
- Findet im Schema der Aufgabe 3 die Impulsdarstellung des Ortsoperators.
- Gebt den Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\left(\hat{\mathrm{p}}_x - eA(\hat{\mathrm{x}})\right)^2 + V(\hat{\mathrm{x}})$$

  in der Impulsdarstellung an. (D.h. wie sehen $\hat{H}|\psi\rangle$ bzw. $\langle p_0|\hat{H}|\psi\rangle$ aus, wenn ψ in Impulsdarstellung gegeben ist.) ($Tutorium$: $Ansatz$)

Bitte Rückseite beachten!⟶

Hinweise: Es wird voraussichtlich insgesamt 11 reguläre Übungsblätter geben.
Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Ende der Vorlesung eingesammelt.

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html