Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Priv.-Doz. Dr. S. Klapp
Dipl.-Phys. Jan Schlesner http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html

4. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Dienstag 22.05.07 in der Vorlesung

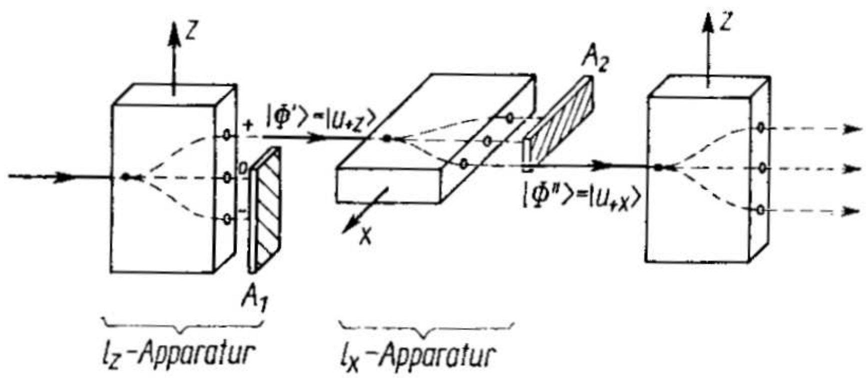
Aufgabe 9(12 Punkte): *Berechnung von Erwartungswerten*

Gegeben sei die folgende Wellenfunktion:

$$\psi(x) \quad = \quad e^{-\frac{x^2}{4\alpha}} e^{ik_0 x} \qquad (\alpha > 0).$$

1. Normiert die Wellenfunktion.
2. Berechnet $\langle \hat{x} \rangle$, $\langle \hat{x}^2 \rangle$, $\langle \hat{p} \rangle$ und $\langle \hat{p}^2 \rangle$.
3. Bestimmt Δx, Δp und das Unschärfeprodukt. Interpretiert das Ergebnis.

Aufgabe 10(28 Punkte): *Stern-Gerlach-Versuch*



In dieser Aufgabe betrachten wir die Messung von Bahndrehimpulsen. Sei die Bahndrehimpulsquantenzahl $l = 1$ – dies bedeutet, dass die magnetische Quantenzahl m die Werte $-1, 0, 1$ annehmen kann. In einem ONS, dass aus Eigenvektoren der Operatoren $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$ besteht, werden dann die räumlichen Komponenten des Bahndrehimpulsoperators $\hat{L}_x$, $\hat{L}_y$ und $\hat{L}_z$ durch folgende Matrizen repräsentiert:

$$\hat{L}_x \;=\; \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{L}_y = \frac{\hbar}{2i}\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{L}_z = \begin{pmatrix} \hbar & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hbar \end{pmatrix}.$$

Mit $|u_{+z}\rangle$ bezeichnen wir den Eigenvektor von $\hat{L}_z$ zum Eigenwert $+\hbar$, mit $|u_{0z}\rangle$ den Eigenvektor von $\hat{L}_z$ zum Eigenwert 0 usw. (analog für die Operatoren $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$).
Berechnet die Kommutatoren zwischen den einzelnen Komponenten des Drehimpulsoperators untereinander und mit $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$. Interpretiert das Ergebnis bezüglich der Messung von den Komponenten des Bahndrehimpulsoperators.
Betrachtet die in der obigen Abb. dargestellten Messungen, wobei in der Abbildung $\hat{L}_x$ mit l_x usw. bezeichnet werden. Mit Hilfe der ersten Apparatur wird die z-Komponente des Drehimpulses gemessen. Der Absorber A_1 bewirkt eine Präparation des Zustandes $|\phi'\rangle = |u_{+z}\rangle$. Die zweite Apparatur misst die x-Komponente $\hat{L}_x$. Berechnet die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte

von $\hat{L}_x$.
Der Absorber A_2 bewirkt nun ein Präparation des Zustandes $|\phi''\rangle = |u_{+x}\rangle$. Berechnet die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte von $\hat{L}_z$ bei der dritten Messung und interpretiert das Ergebnis.
Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit für die Messwerte bei der letzten Messung, wenn der Absorber A_2 weggelassen wird. (Berechnet dabei aus den neun bedingten Wahrscheinlichkeiten die drei totalen Wahrscheinlichkeiten.) Bestimmt ausserdem den Erwartungswert.

Hinweise: Es wird voraussichtlich insgesamt 10 reguläre Übungsblätter geben.
Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Ende der Vorlesung eingesammelt.

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html