

5. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Dienstag 29.05.07 in der Vorlesung

Aufgabe 11(8 Punkte): *Kommutatoren der Leiteroperatoren*

Berechnet die folgenden Kommutatoren der Leiteroperatoren des harmonischen Oszillators ($q \geq 1$, ganze Zahl):

(a) $[\hat{b}^q, \hat{N}]$

(b) $[(\hat{b}^+)^q, \hat{N}]$

Aufgabe 12(25 Punkte): *Harmonischer Oszillator*

Der isotrope N-dimensionale harmonische Oszillator ist durch den Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2m} \hat{p}_i^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}_i^2$$

charakterisiert.

- (a) Begründet die Bezeichnungen von \hat{b} und \hat{b}^+ als Erzeugungs- und Vernichtungsoperator. Berechne hierzu $\hat{N} \hat{b}^+ |n\rangle$ und deute das Ergebnis. (1-dimensionaler harmonischer Oszillator)
- (b) Zeigt für den 1d-Fall mittels vollständiger Induktion die Normierung in $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{b}^+)^n |0\rangle$ und auch die folgenden Gleichungen:

$$\langle n+1 | \hat{b}^+ |n\rangle = \sqrt{n+1}, \quad \langle n-1 | \hat{b} |n\rangle = \sqrt{n}, \quad \langle n|m\rangle = \delta_{nm}.$$

- (c) Bestimmt für den 1d-Fall die Unschärfen $\Delta \hat{x}_i |n\rangle = + \left(\langle n | \hat{x}_i^2 |n\rangle - (\langle n | \hat{x}_i |n\rangle)^2 \right)^{1/2}$ sowie $\Delta \hat{p}_i |n\rangle$ im Formalismus der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren und diskutiere $\Delta \hat{x}_i \Delta \hat{p}_i |n\rangle$.
- (d) In zwei Dimensionen soll die Definition $\hat{L}_3 := \hat{x}_1 \hat{p}_2 - \hat{x}_2 \hat{p}_1$ gelten. Zeigt, dass $\hat{L}_3 = i\hbar(\hat{b}_1 \hat{b}_2^+ - \hat{b}_1^+ \hat{b}_2)$ gilt. Was folgt daraus für $[\hat{H}, \hat{L}_3]$?

Aufgabe 13(7 Punkte): *Eigenzustände des eindimensionalen harmonischen Oszillators*

Plottet die ersten beiden Eigenzustände (Ortsdarstellung) des eindimensionalen harmonischen Oszillators. Verwendet hierzu z.B. Mathematica. (Natürlich dürft Ihr auch andere Programme verwenden. Mathematica hat nur den Vorteil, dass Ihr es auch später für Berechnungen einsetzen könnt.) Vergesst nicht, die Wellenfunktionen zu normieren. Zur Abgabe gehört neben den entsprechenden Grafiken auch der zugehörige Plot-Befehl.

Hinweise: Es wird voraussichtlich insgesamt 10 reguläre Übungsblätter geben. Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Ende der Vorlesung eingesammelt.

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: <http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html>