

6. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Mittwoch 06.06.07 in der Vorlesung

Aufgabe 14(15 Punkte): Wechselwirkungsdarstellung

1. Der Zeitentwicklungsoperator $\hat{U}_D(t, t')$ beschreibt die zeitliche Entwicklung von Zuständen im Dirac-Bild:

$$|\psi_D(t)\rangle = \hat{U}_D(t, t')|\psi_D(t')\rangle.$$

Stellt $\hat{U}_D(t, t')$ mit Hilfe von $\hat{U}_0(t, t')$ und $\hat{U}(t, t')$ dar.

2. Zeigt, dass die Bewegungsgleichung für die quantenmechanischen Erwartungswerte forminvariant sind, d.h. im Schrödinger-, Heisenberg- und Dirac-Bild.

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{Q} \rangle = \langle [\hat{Q}, \hat{H}] \rangle + i\hbar \left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right\rangle$$

Aufgabe 15(15 Punkte): Harmonischer Oszillator

Der Hamilton-Operator des eindimensionalen harmonischen Oszillators lautet

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{x}^2}{2}.$$

1. Berechnet die Zeitabhängigkeit des Ort- und Impulsoperators im Heisenberg-Bild.
2. Gebet den Erwartungswert dieser beiden Operatoren zum Zeitpunkt t_1 an, wenn zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ $\langle \hat{x} \rangle_{t=t_0} = x_0$ und $\langle \hat{p}_x \rangle_{t=t_0} = p_0$ gilt.
3. Berechnet den Kommutator $[\hat{x}_H(t_1), \hat{x}_H(t_2)]$ zweier Ortsoperatoren im Heisenbergbild zu verschiedenen Zeiten t_1, t_2 .

Aufgabe 16(10 Punkte): Ehrenfest-Theorem

Zeigt, dass für einen Hamilton-Operator der Form $\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\hat{\mathbf{x}})$ folgende Gleichungen für die Erwartungswerte des Ortsoperators $\hat{\mathbf{x}}$, Impulsoperators $\hat{\mathbf{p}}$ sowie des Operators $\hat{\mathbf{F}} := -\vec{\nabla}V$ (Kraft):

1. $\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle = \frac{1}{m} \langle \hat{\mathbf{p}} \rangle$
2. $\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{p}} \rangle = \langle \hat{\mathbf{F}} \rangle$

Hinweis: Beachtet, dass Erwartungswerte bildunabhängig sind (Aufgabe 14.2) und benutzt die Bewegungsgleichung der Operatoren im Heisenbergbild (es geht allerdings auch im Schrödingerbild!).

Bitte Rückseite beachten! →

Hinweise: Es wird voraussichtlich insgesamt 10 reguläre Übungsblätter geben. Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Mittwoch am Ende der Vorlesung eingesammelt. (Ausnahme: letztes Übungsblatt vor der Klausur)

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: <http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html>