

8. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Mittwoch 20.06.07 in der Vorlesung

Aufgabe 20(16 Punkte): Wasserstoffatom

In der Vorlesung wurde für das Wasserstoffatom folgende Gleichung für den Radialteil der Wellenfunktion hergeleitet:

$$u_{nl}''(\rho) - \left(\frac{l(l+1)}{\rho^2} - \frac{\gamma}{\rho} + \frac{1}{4} \right) u_{nl}(\rho) = 0.$$

Leitet unter Verwendung des Ansatzes

$$u_{nl}(\rho) = e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{l+1} w(\rho)$$

und des Potenzreihenansatzes

$$w(\rho) = \sum_{\mu=0}^{\infty} a_{\mu} \rho^{\mu}$$

die folgende Rekursionsformel her:

$$a_{\mu+1} = a_{\mu} \frac{\mu + l + 1 - \gamma}{(\mu + 1)(\mu + 2l + 2)}, \quad \mu = 0, 1, 2, \dots$$

Aufgabe 21(10 Punkte): Wasserstoffatom

Visualisiert das Betragsquadrat der Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\theta, \varphi)$ mit Hilfe des Kommandos `SphericalPlot3D` von Mathematica für $l = 1$ mit $m = -1, 0, 1$ sowie für $l = 2$ mit $m = 0, 1, 2$. Was wird dabei dargestellt? (Die Kugelflächenfunktionen sind in Mathematica unter der Funktion `SphericalHarmonicsY` implementiert.)

Aufgabe 22(14 Punkte): Quantenmechanischer starrer Rotator

Ein starrer Rotator (z.B. ein Hantelmolekül) liegt im Koordinatenursprung und rotiert mit zwei Freiheitsgraden (Polarwinkel θ und φ). Der Hamilton-Operator des Systems lautet

$$H = \frac{1}{2J} \hat{L}^2$$

mit dem Trägheitsmoment J .

1. Berechnet die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Hamilton-Operators.
2. Sind die Eigenzustände entartet? Wenn ja, wie hoch ist der Entartungsgrad?
3. Der Rotator befinde sich in dem Zustand

$$\psi(\varphi, \theta) = C (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) \cos(2\varphi)).$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit liefert eine Messung von \hat{L}^2 die Werte $6\hbar^2$, $2\hbar^2$ und 0? (*Tipp*: Schaut Euch die Kugelflächenfunktionen zu $l = 0, 1, 2$ an und drückt den oben angegebenen Zustand mit deren Hilfe aus.)

4. Wie wahrscheinlich ist es, bei gleichzeitiger Messung von \hat{L}^2 und L_z das Wertepaar $(6\hbar^2, -2\hbar)$ zu erhalten?

Bitte Rückseite beachten! →

Hinweise: Es wird voraussichtlich insgesamt 10 reguläre Übungsblätter geben.
Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Mittwoch am Ende der Vorlesung eingesammelt. (Ausnahme: letztes Übungsblatt vor der Klausur)

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: <http://www.itp.tu-berlin.de/8769.html>