

**1. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik SS08****Abgabe: Fr. 25.04.2008 bis 12 Uhr, Briefkasten ER Gebäude**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors und auf dem Aufgabenzettel angeben!

**Aufgabe 1 (6 Punkte): Wdh. Abitur: Analysis**

Die momentane Ankunftsrate an einem Kino, also die Anzahl der ankommenden Personen pro Minute, soll modellhaft beschrieben werden durch die Funktion  $f$  mit

$$f(t) = at^2 \exp(-t/\tau) \quad \text{mit } a = 0.27 \text{min}^{-3} \quad \tau = 8\frac{1}{3} \text{min}$$

Dabei ist  $t$  die Zeit (in Minuten) seit 19.00 Uhr und  $f(t)$  die Anzahl der ankommenden Personen pro Minute. Vor 19.00 Uhr befinden sich noch keine Besucher am Kartenschalter.

- (a) Skizzieren Sie die Funktion  $f(t)$ . Wann kommen die meisten Besucher pro Minute zum Kartenschalter, wie viele sind das? Ab wann kommen weniger als drei Personen pro Minute zum Kino?
- (b) Zeigen sie, dass die Anzahl der angekommenen Personen durch die Funktion  $g(t)$  mit

$$g(t) = a (2\tau^3 - (2\tau^3 + 2\tau^2 t + \tau t^2) \exp(-t/\tau))$$

beschrieben wird. Wie viele Personen kommen nach diesem Modell höchstens zum Kino?

- (c) Um 19.20 Uhr öffnet der Kartenschalter des Kinos. Pro Minute können durchschnittlich für 6 Personen Karten ausgegeben werden. Mit welcher Wartezeit muss eine Person rechnen, die um 19.20 Uhr zum Kino kommt? Wann ist die Anzahl der Wartenden am größten? Wie viele Besucher warten dann? Wann hat sich die Warteschlange aufgelöst?
- (d) Durch eine Verzögerung öffnet der Kartenschalter erst um 19.50 Uhr. Wie viele Personen müssen jetzt mindestens pro Minute am Schalter abgefertigt werden, damit die Warteschlange um 20.30 Uhr abgebaut ist?

**Aufgabe 2 (12 Punkte): Wdh. Abitur: Differentiation**

- (a) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{1/2}, & f(x) &= x \sin \frac{1}{x}, \\ f(x) &= \frac{x}{1 + \exp \frac{1}{x}}, & f(x) &= \exp(\sin x^2). \end{aligned}$$

Skizzieren Sie jeweils die Funktionen! Welche Aussagen können Sie bezüglich der Differenzierbarkeit der Funktionen treffen?

- (b) Geben Sie die Umkehrfunktionen der Funktionen  $f$  an und bestimmen Sie mit deren Hilfe die ersten Ableitungen  $f'$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln x, & f(x) &= \arccos x, \\ f(x) &= \arctan x, & f(x) &= \ln 1 + \sqrt{x}. \end{aligned}$$

**Bitte Rückseite beachten! →**

- (c) Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Taylorreihe bis zur dritten Ordnung um den Punkt  $x_0$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad (x_0 = 1), \quad f(x) = \cos(x) \quad (x_0 = 0), \quad f(x) = \sin(x) \quad (x_0 = 0).$$

- (d) Entwickeln Sie den Ausdruck der relativistischen Energie

$$E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

in  $x = \left(\frac{v}{c}\right)^2$  bis zur 2. Ordnung. Der Entwicklungspunkt ist  $x_0 = 0$ .

### Aufgabe 3 (2 Punkte): Komplexe Zahlen

Lösen Sie die Gleichungen:

$$z = (2 + 3i)\bar{z}, \quad \frac{z + 2 + 3i}{2z - 3} = i + 2, \quad z = -i\bar{z}, \quad z^2 = \bar{z}^2$$

**Bonus:** Gegeben ist eine Quadratische Gleichung

$$x^2 + ax + b = 0, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

mit einer echt-komplexen Lösung  $x_1$ . Zeigen Sie, dass die konjugiert-komplexe Zahl  $\bar{x}_1$  ebenfalls eine Lösung dieser Gleichung ist.

**Vorlesung:** • Donnerstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 202

**Scheinkriterien:** • Mindestens 50% der Übungspunkte.  
• Bestandene Klausur.  
• Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

**Sprechzeiten:** • Prof. Dr. Tobias Brandes: Mo: 13–14 Uhr im EW 744  
• Dipl.-Phys. Reinhard Vogel: Do, 11–12 Uhr im EW 702, Tel: 24253  
• Dipl.-Phys. Stefan Fruhner: Di, 14–15 Uhr im EW 627/628, Tel: 27681

**Tutorien:** • Mo 10:15-11:45 EW 731  
• Mo 12:15-13:45 EW 246 und EW 229  
• Mo 14:15-15:45 EW 731  
• Mo 16:15-17:45 EW 226  
• Di 12:15-13:45 EW 246  
• Mi 10:15-11:45 EW 246 und EW 184

Die Anmeldung muss bis zum 18.04.2008 15:00 Uhr unter  
[https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lvdb/anmeldung.py?id=ss08\\_mm](https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lvdb/anmeldung.py?id=ss08_mm)  
erfolgen.

**Klausur:** Donnerstag den 10.07.2008 von 08:00 – 10:00 Uhr im H 0105