Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K.-E.Hellwig

27.06.08
**Abgabe:** 18.07.08

# 9. Übungsblatt zur Quanteninformationstheorie I u.II

## Nächste Übung: Fr., 04.07.08, nach der Vorlesung, Raum PN-733

**Aufgabe 25** (3 Punkte): Alice und Bob mögen sich ein Teilchenpaar mit dem Dichteoperator $\rho_{AB}$ auf $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ teilen. Sie fragen sich, ob $\rho_{AB}$ verschränkt oder unverschränkt, d.h. von der Gestalt

$$\rho_{AB} = \sum_k p_k \rho_{Ak} \otimes \rho_{Bk}, \quad p_k \geq 0, \quad \sum_k p_k = 1,$$

ist. Man zeige die Gültigkeit des Peresschen PPT Kriteriums: Ein bipartiter Zustand $\rho$ ist unverschränkt, falls eine partielle Transposition in einem der beiden Hilberträume, $\mathcal{H}_A$ oder $\mathcal{H}_B$, etwa

$$\rho^{T_{A\varphi}} = \sum_{i,j,k,l} \rho_{kj;il} |\varphi_i \otimes \psi_j >< \varphi_k \otimes \psi_l|, \quad \rho_{ij;kl} =< \varphi_i \otimes \psi_j, \rho \varphi_k \otimes \psi_l >$$

positiv ist. Man schließe daraus, dass $\rho$ verschränkt sein muss, falls $\rho^{T_{A\varphi}}$ einen negativen Eigenwert hat. - Hängt $\rho^{T_{A\varphi}}$ auch von der Orthonormalbasis $\{\psi_j\}$ in $\mathcal{H}_B$ ab?

**Aufgabe 26** (4 Punkte): Man zeige für den Fall $\mathcal{H}_A = \mathcal{H}_B = \mathbf{C}^2$ dass für jeden unverschränkten bipartiten Qubitzustand $\rho$ die Quadrate der Unschärfen von $\Sigma_i = \sigma_i \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \sigma_i$, $< (\Delta\Sigma_i)^2 >_\rho =< \Sigma_i^2 >_\rho - < \Sigma_i >_\rho^2$, die Ungleichung

$$< (\Delta\Sigma_x)^2 >_\rho + < (\Delta\Sigma_y)^2 >_\rho + < (\Delta\Sigma_z)^2 >_\rho \quad \geq \quad 4$$

erfüllen. Man zeige ferner, dass für den Zustand

$$(1-p)\frac{1}{4}\mathbf{1} + p\frac{1}{2}(|00> - |11>)(<00| - <11|), \quad 0 \leq p \leq 1,$$

diese Ungleichung nur dann erfüllt ist, wenn $0 \leq p \leq (1/3)$ ist, und dass der Zustand andernfalls verschränkt ist.

**Aufgabe 27** (3 Punkte): Ein reiner Zustand $\Psi \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ ist genau dann lokal asymptotisch in $\sum_{i=1}^m p_i |\Phi_i >< \Phi_i|$ umwandelbar, wenn $E(\Phi) \geq \sum_{i=1}^m p_i E(\Phi_i)$ gilt.