

Prof. Dr. Holger Stark
 Dr. Vasily Zaburdaev
 Dipl. Phys. Sebastian Heidenreich
 Dipl. Phys. Valentin Flunkert

<http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss08/pvbs/quant/>

Christin David
 Christopher Wollin

10. Übungsblatt zur Theoretische Physik II Quantenmechanik

Abgabe: Montag 30.06. bis 12:00 in den Briefkasten

Achtung: Unbedingt den eigenen Namen und Matrikelnr. sowie den Namen des Tutors und das Tutorium angeben. **Der Zettel wird sonst nicht korrigiert!**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

Aufgabe 29 (10 Punkte): Drehimpuls

In der Vorlesung wurde der Drehimpulsoperator $L_i = \varepsilon_{ijk} x_j p_k$ eingeführt und deren Vertauschungsrelationen angegeben. Zeigen Sie die folgenden Relationen!

1. $[L_i, x_j] = i\hbar \varepsilon_{ijk} x_k$
2. $[L_i, L_j] = i\hbar \varepsilon_{ijk} L_k$
3. $[\mathbf{L}^2, L_j] = 0$
4. $[L_i, p_j] = i\hbar \varepsilon_{ijk} p_k$

Aufgabe 30 (10 Punkte): Landau-Niveaus

Ein geladenes Teilchen im Magnetfeld wird durch den Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu} (\hat{\mathbf{p}} - q\hat{\mathbf{A}})^2$$

beschrieben. Hierbei ist $\hat{\mathbf{A}}$ das Vektorpotential, welches mit dem Magnetfeld verknüpft ist durch $\text{rot}\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{B}}$. Zur Vereinfachung betrachten wir ein homogenes \mathbf{B} -Feld in z-Richtung. Ziel der Übung wird es sein die Energieniveaus (Landau-Niveaus) des Teilchens zu berechnen.

1. Zerlegen Sie den Hamiltonoperator in seinen parallelen \hat{H}_{\parallel} und senkrechten Anteil \hat{H}_{\perp} bezogen auf die z-Richtung des Magnetfeldes.
2. Zeigen Sie $[\hat{H}_{\parallel}, \hat{H}_{\perp}] = 0$!
Hinweis:
 Für ein homogenes Magnetfeld gilt: $\mathbf{A} = -\frac{1}{2}\mathbf{r} \times \mathbf{B}$
3. Geben Sie das Energiespektrum für \hat{H}_{\parallel} an.
4. Bestimmen Sie das Spektrum von \hat{H}_{\perp}
Hinweis:
 Verwenden Sie Ihr Wissen über den harmonischen Oszillator.
5. Wie lauten die Landau-Niveaus? Interpretieren Sie diese.

10. Übung TPII SS2008

Aufgabe 31 (10 Punkte): *Electrostatic Aharonov-Bohm-effect*

In this task an interesting property of the electromagnetic potential in the quantum domain is discussed. The effect is known as the electrostatic Aharonov-Bohm-effect ¹. Consider the following experimental set up.

“....A coherent beam is split into two parts and chopped. Subsequently, each part is allowed to enter a long cylindrical metal tube, the electric potential of which is varied only when the electron wave packets are well inside the tubes. The beams are then recombined” ²

1. Let $|\psi(t)\rangle$ be the time evolution of a vector in the Schrödinger-picture subjected to a potential $U(\mathbf{x})$. How is this time evolution changed in the presence of the potential $U(\mathbf{x}) + U_0$? Show, that the probability density of both states are the same.
2. Back to the experiment. Choose the electric potential of the lower cylinder to be zero and apply the following time dependent potential $U(t)$ to the upper cylinder:

$$U(t) = (\theta(t - t_1) - \theta(t - t_2))U_0$$

Give the time evolution of each beam. Superpose the wave functions and calculate the probability density. What can you observe? Discuss the classical limit.

¹Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, (1959), p. 485.

²from G. Matteucci and G. Pozzi Phys. Rev. Lett. **54**, (1985), p. 2469.