

5. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IIIa

Abgabe: Mittwoch 28.05.08 vor der Vorlesung

Klausurtermin: 8. Juli 2008 zur Vorlesungszeit

Drehimpuls und harmonischer Oszillator

Aufgabe 12(8 Punkte): *Kommutatoren des Drehimpulsoperators*

Der Drehimpulsoperator $\hat{L} = (\hat{L}_1, \hat{L}_2, \hat{L}_3)^T$ ist definiert als $\hat{L} \equiv \hat{r} \times \hat{p}$. Berechnen Sie folgende Kommutatoren:

1. $[\hat{L}_j, \hat{L}_k]$ mit $j, k \in \{1, 2, 3\}$.
2. $[\hat{L}^2, L_j]$ mit $j \in \{1, 2, 3\}$.

Aufgabe 13(32 Punkte): *Glauber-Zustände des harmonischen Oszillators*

Ein Glauber-Zustand $|\alpha\rangle$ ist definiert durch $|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$, wobei $|n\rangle$ den Eigenzustand des Besetzungszahloperators $\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a}$ bezeichnet.

1. Normieren Sie den Glauber-Zustand $|\alpha\rangle$.
2. Zeigen Sie, dass $|\alpha\rangle$ Eigenzustand des Vernichtungsoperators \hat{a} ist, und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.
3. Bestimmen Sie das Unschärfeprodukt $\Delta x \cdot \Delta p$ für einen Glauber-Zustand. Interpretieren Sie den Wert des Unschärfeprodukts?
Hinweis: Berechnen Sie die Erwartungswerte von \hat{x} , \hat{p} , \hat{x}^2 und \hat{p}^2 für einen Glauber-Zustand.
4. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Orts- und Impulserwartungswerts eines Glauber-Zustands her und lösen Sie diese Bewegungsgleichung, d.h.: Berechnen Sie $\langle \hat{x} \rangle(t)$ und $\langle \hat{p} \rangle(t)$.
5. Die relative Fluktuation einer Observablen \hat{A} ist definiert als $\frac{\Delta \hat{A}}{\langle \hat{A} \rangle}$. Bestimmen Sie die relative Fluktuation von Ort, Impuls und Energie eines Glauber-Zustands.
6. Wie verhalten sich die relativen Fluktuationen von Ort, Impuls und Energie beim Übergang zu einem makroskopischen Oszillator?