

8. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IIIa

Abgabe: Mittwoch 18.06.08 vor der Vorlesung

Klausurtermin: 8. Juli 2008 zur Vorlesungszeit

Spin und Variationsrechnung

Aufgabe 19(32 Punkte): *Harmonischer Oszillator reloaded*

Betrachten Sie den gestörten harmonischen Oszillator $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, mit

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$
$$\hat{V} = \frac{1}{2}\epsilon m\omega^2\hat{x}^2,$$

und $\epsilon \ll 1$.

1. Wie lauten die Energie und die Wellenfunktion des gestörten Grundzustands exakt?
Hinweis: Eine kleine Erinnerung an den ungestörten Fall kann sehr hilfreich sein. Ein Rechnung ist nicht notwendig. Ein scharfer Blick genügt.
Geben Sie für diese Energie und Wellenfunktion jeweils die ersten 3 nichtverschwindenden Terme der Taylor-Entwicklung in ϵ (um $\epsilon = 0$) an.
2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Ritz'schen Variationsverfahrens Abschätzungen für die Grundzustandsenergie mit den zwei Testfunktionen:

$$(i) \psi_1(x) = c_1 e^{-\alpha_1^2 x^2}$$
$$(ii) \psi_2(x) = \frac{c_2}{1 + x^2/\alpha_2^2}$$

Bestimmen Sie dazu zuerst die Normierungskonstanten. Suchen Sie dann die Energieminima durch Variation nach α_i . Vergleichen Sie das Ergebnis für die Grundzustandsenergie mit dem exakten Wert.

Hinweis: Zum Lösen der verschiedenen Integrale wird der Bronstein wärmstens empfohlen. Um die Aufgabe bis zum Ende durchzurechnen, braucht man etwas Durchhaltevermögen. Nur Mut!

Aufgabe 20(8 Punkte): *Spin*

Gegeben sei eine Überlagerung zweier Spinzustände:

$$|\alpha\rangle = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle \hat{S}_x \rangle$, $\langle \hat{S}_y \rangle$ und $\langle \hat{S}_z \rangle$.

Hinweis: Überlegen Sie wie die verschiedenen Spinoperatoren auf den Zustand $|\alpha\rangle$ angewendet werden.