

1. Übungsblatt – Allgemeine Relativitätstheorie I**Abgabe: Di. 28.04.2009 14:00 Uhr**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe in Dreiergruppen ist erwünscht.

Aufgabe 1 (7 Punkte): *Invarianz der Minkowski-Metrik unter Lorentz-Transformationen*

Zeigen Sie, dass die Minkowski-Metrik

$$\eta^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Lorentz-Transformation

$$L_0^0 = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad L_k^0 = \gamma \frac{v_k}{c} \quad L_0^k = \gamma \frac{v^k}{c} \quad L_k^j = \delta_k^j + (\gamma - 1) \frac{1}{v^2} v^j v_k$$

eine numerische Invariante ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte): *Additionstheorem der Geschwindigkeiten*

Leiten Sie unter Benutzung der speziellen Lorentz-Transformation

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t + \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

das relativistische Additionstheorem für parallele Geschwindigkeiten

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}$$

ab. Diskutieren Sie die Näherung für kleine Geschwindigkeiten $v \ll c$. Zeigen Sie, dass im relativistischen Fall keine resultierende Geschwindigkeit größer c möglich ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte): *Zeitdilatation*

Leiten Sie aus der in Aufgabe 1 angegebenen Lorentz-Transformation die Gleichung für die Zeitdilatation

$$(1) \quad \Delta t' = \gamma \Delta t$$

zweier gegeneinander mit der Geschwindigkeit v in x -Richtung bewegter Bezugssysteme ab.

Aufgabe 4 (4 Punkte): Relativistische Elektrodynamik

Die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte \mathbf{j} seien zur Viererstromdichte zusammengefasst $j^\mu := (c\rho, \mathbf{j})$. Untersuchen Sie das Transformationsverhalten der Stromdichte \mathbf{j} unter der in Aufgabe 1 gegebenen Lorentz-Transformation. Was bedeutet das Ergebnis physikalisch für den Fall das die Stromdichte im Ruhssystem verschwindet?

Aufgabe 5 (2 Punkte): Raum-Zeit-Diagramm

Zeichnen Sie in ein Raum-Zeit-Diagramm

- a) ein Lichtkegel
- b) die kausale Vergangenheit und die kausale Zukunft eines in $x = 0$ und $t = 0$ lokalisierten Teilchens
- c) die Bahn eines freien Teilchens
- d) die Bahn eines beschleunigten Teilchens

ein.

Vorlesung:	• Donnerstag 16:15 Uhr – 17:45 Uhr im EW 229
Übung:	• Dienstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 246
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte.
Sprechzeiten:	• Prof. H.-H. v- Borzeszkowski: EW 740 n. V. • Dr. Thoralf Chrobok: n. V. im EW 740 • Dr. Sebastian Heidenreich: Mi, 13:00–14:00 Uhr im EW 702

Die Anmeldung muss bis zum 21.04.2009 22:59 Uhr unter
https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lv/anmeldung.py?id=ss09_art1
erfolgen.