

**7. Übungsblatt – Allgemeine Relativitätstheorie I****Abgabe: Di. 16.06.2009 14:00 Uhr**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe in Dreiergruppen ist erwünscht.

**Aufgabe 1 (8 Punkte):** Eigenschaften von  $g_{\mu\nu}$ 

Zeigen Sie die folgenden Identitäten

1.  $g_{\alpha\beta;\gamma} = \Gamma_{\alpha\beta\gamma} + \Gamma_{\beta\alpha\gamma}$
2.  $g_{,\alpha} = -gg_{\beta\gamma}g^{\beta\gamma}{}_{,\alpha} = gg^{\beta\gamma}g_{\beta\gamma,\alpha}$
3.  $\Gamma_{\alpha\beta}^{\alpha} = (\log(|g|^{\frac{1}{2}}))_{,\beta}$
4.  $A^{\alpha}{}_{;\alpha} = \frac{1}{g^{\frac{1}{2}}}(g^{\frac{1}{2}}A^{\alpha})_{,\alpha}$
5.  $A^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = \frac{1}{g^{\frac{1}{2}}}(g^{\frac{1}{2}}A^{\alpha\beta})_{,\beta}$ , genau dann, wenn  $A^{\alpha\beta}$  antisymmetrisch ist.

**Aufgabe 2 (6 Punkte):** Fermi-Walker-TransportBetrachten Sie eine Kurve  $\gamma$  in der Raumzeit  $\mathcal{M}$  und zwei Vektoren  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{W}$  aus  $T_p\mathcal{M}$ .

1. Zeigen Sie, dass sich das Skalarprodukt  $\mathbf{V} \cdot \mathbf{W}$  nicht ändert, wenn die Vektoren entlang der Kurve Fermi-Walker transportiert werden.
2. Zeigen Sie ferner, dass der Fermi-Walker Transport entlang einer Geodäten dem Paralleltransport entspricht.

**Aufgabe 3 (8 Punkte):** Fermatsches Prinzip

Das Fermatsche Prinzip kann allgemeinrelativistische Verallgemeinert werden. Betrachten sie eine statische Metrik, d.h.  $g_{0j} = g_{\alpha\beta,0} = 0$  und alle Null Kurven zwischen den zwei Raumpunkten  $a^j$  und  $b^j$ . Jede Kurve  $x^j(t)$  benötigt eine bestimmte Koordinatenzeit  $\Delta t$ , um von  $a$  nach  $b$  zu gelangen. Zeigen Sie, dass Kurven mit extremaler Zeit  $\Delta t$  Nullgeodäten der Raumzeit sind.

Vorlesung:	• Donnerstag 16:15 Uhr – 17:45 Uhr im EW 229
Übung:	• Dienstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 201
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte und aktive Teilnahme.
Sprechzeiten:	• Prof. H.-H. v- Borzeszkowski: EW 740 n. V. • Dr. Thoralf Chrobok: n. V. im EW 740 • Dr. Sebastian Heidenreich: Mo, 13:45–14:45 Uhr im EW 702

Die Anmeldung muss bis zum 21.04.2009 22:59 Uhr unter  
[https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lv/anmeldung.py?id=ss09\\_art1](https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lv/anmeldung.py?id=ss09_art1)  
erfolgen.