

10. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2009

Abgabe: Mo. 29.06.2009 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert!

Abgabe bitte in 3er (oder 2er) Gruppen – keine Einzelabgabe.

Aufgabe 26 (10 Punkte): Perturbation theory

Calculate the eigenvalues of the two-level system with the effective Hamiltonian

$$H \equiv \frac{\varepsilon}{2}\sigma_z + T_c\sigma_x, \quad T_c > 0.$$

- For $\varepsilon \neq 0$ by using the perturbation theory in T_c to the second order.
- For $\varepsilon = 0$ by the degenerate perturbation theory in T_c (hint: take $\delta \cdot \hat{1}$ with $\delta = \text{const}$ for the unperturbed Hamiltonian). Compare with the exact solution. Discuss the result.
- Calculate the eigenstates to the first order of the perturbation theory in T_c .

Aufgabe 27 (10 Punkte): Verschränkte Zustände

- Betrachten Sie das 2-Qubit (zwei Systeme A und B),

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &\equiv a|00\rangle + b|11\rangle \equiv a|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + b|1\rangle_A \otimes |1\rangle_B, \\ \rightsquigarrow \rho_A &= |a|^2|0\rangle\langle 0|_A + |b|^2|1\rangle\langle 1|_A, \end{aligned}$$

wobei ρ_A die reduzierte Dichtematrix für A ist. Für welche $a, b \in \mathbb{C}$ ist der Zustand $|\Psi\rangle$ verschränkt?

- Gegeben sei nun das 2-Qubit

$$|\Psi\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |11\rangle).$$

Berechnen Sie hierfür die reduzierte Dichtematrix ρ_A . Ist $|\Psi\rangle$ verschränkt?

Aufgabe 28 (10 Punkte): Wärmebad

Ein Spin- $\frac{1}{2}$ (System A) sei an ein "Wärmebad" (System B) mit N Zuständen gekoppelt. Das Gesamtsystem befinde sich im normierten Zustand

$$|\Psi\rangle \equiv |\uparrow\rangle \otimes (\alpha_1|1\rangle + \dots + \alpha_N|N\rangle) + |\downarrow\rangle \otimes (\beta_1|1\rangle + \dots + \beta_N|N\rangle)$$

mit komplexen Koeffizienten, die als N -komponentige Vektoren $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$ zusammengefasst werden.

1. Drücken Sie die reduzierte Dichtematrix ρ_A für System A mittels der Vektoren $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$ aus.
2. Berechnen Sie die Eigenwerte λ_{\pm} von ρ_A und überprüfen Sie, dass ρ_A tatsächlich eine Dichtematrix ist.
3. Diskutieren Sie für reelle $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$ mit $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ die Abhängigkeit der von-Neumann-Entropie $S \equiv -\text{Tr}(\rho_A \ln \rho_A)$ vom Winkel zwischen $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$. Wann ist der Zustand $|\Psi\rangle$ verschränkt?

Klausurtermin: • Dienstag, 07.07.2009, 8:00–10:00 Uhr, Hörsaal H0104

Sprechstunden: • Prof. Dr. Tobias Brandes: Mo 13:00 Uhr (EW 742)
• Dr. Vasily Zaburdaev: Di 10:00 Uhr (EW 708)
• Dipl. Phys. Valentin Flunkert: Fr 10:00 Uhr (EW 632)
• Dipl. Phys. Johannes Taktikos: Mi 16:00 Uhr (EW 701)
• Malte Langhoff: Do 13:00 Uhr (EW217)
• Miriam Wegert: Do 14:00 Uhr (EW217)