

3. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik 2009

Abgabe: Di. 12.05.2009 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude oder online über ISIS

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 6 (7 Punkte): SHANNON- und KULLBACK-Information

Im folgenden seien P^A und P^B die Verteilungen des gezinkten und ungezinkten Würfels aus Aufgabe 1 und $\rho_{\sigma\mu}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ sei die GAUSS-Verteilung.

- (a) Berechnen Sie $I(P^A), I(P^B), K(P^A, P^B)$ und $K(P^B, P^A)$.
- (b) Berechnen Sie $I(\rho_{\sigma\mu})$ und diskutieren Sie das Vorzeichen. Stehen Ihre Ergebnisse im Widerspruch zu $I(P) \leq 0$? Begründung!
- (c) Beweisen Sie die Ungleichung $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$ für $x > 0$.
- (d) Berechnen Sie $K(\rho_{\sigma\mu}, \rho_{\sigma'\mu'})$. Diskutieren Sie das Vorzeichen von K . Stehen Ihre Ergebnisse im Widerspruch zu $K(P) \geq 0$? Begründung!

Hinweis: Verwenden Sie die Ungleichung aus (c)!

Aufgabe 7 (9 Punkte): Vorurteilsfreie Schätzung für gezinkten Würfel

Gegeben sei ein Würfel dubioser Herkunft. Ein Kollege war sehr fleißig und hat nächtelang gewürfelt. Leider hat er vergessen, für jede mögliche Augenzahl eine separate Statistik zu machen, so dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_i nach wie vor unbekannt ist.

- (a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_i unter der Voraussetzung vorurteilsfreier Schätzung: Der Erwartungswert der Augenzahl ist bekannt und beträgt $\langle M^1 \rangle = 4,5$.

Hinweis: Sie werden im Verlauf der Aufgabe auf eine Gleichung des folgenden Typs treffen:

$$4,5 = \frac{x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5 + 6x^6}{x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6}.$$

Es empfiehlt sich, diese Gleichung numerisch (z.B. mit dem Computeralgebraprogramm *Mathematica*) zu lösen.

- (b) Leiten Sie allgemein (verallgemeinerte kanonische Verteilung) für die SHANNON-Information I folgende Beziehung her: $I(M) = \psi(\lambda_1, \dots, \lambda_m) - \sum_{\nu=1}^m \lambda_{\nu} \langle M^{\nu} \rangle$.
- (c) Berechnen Sie mit Hilfe der Beziehung aus (b) die SHANNON-Information der Wahrscheinlichkeitsverteilung des gezinkten Würfels.

Aufgabe 8 (4 Punkte): RÉNYI-Informationsmaß

Neben dem SHANNON-Informationsmaß ist auch das RÉNYI-Informationsmaß gebräuchlich:

$$I_q(P) = -\frac{1}{1-q} \ln \left[\sum_i P_i^q \right] \quad \text{bzw.} \quad I_q(\rho) = -\frac{1}{1-q} \ln \left[\int dx \rho^q(x) \right]$$

1. Zeigen Sie für den Fall einer diskreten Verteilung, dass $\lim_{q \rightarrow 1} I_q$ der SHANNON-Information entspricht.
2. Berechnen Sie I_q für eine GAUSS-Verteilung und vergleichen Sie mit der SHANNON-Information.

- Vorlesung:**
- Donnerstags 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203.
 - Freitags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.
- Tutorien:**
- Di. 12–14 Uhr im ER 164 (Martin Kliesch).
 - Di. 14–16 Uhr im EW 226 (Martin Kliesch).
 - Mi. 8–10 Uhr im EW 731 (wechselnd).
 - Mi. 12–14 Uhr im EW 229 (wechselnd).
 - Do. 12–14 Uhr im EW 731 (wechselnd).
- Klausur:**
- Freitag, den 03.07.2009, von 08:00 – 10:00 Uhr im ER 270.
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
 - Bestandene Klausur.
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Friedrich Schlögl: Probability and Heat (Vieweg 1989)
- Franz Schwabl: Statistische Mechanik (Springer 2000)
- Frederick Reif, Wolfgang Muschik: Statistische Physik und Theorie der Wärme
- Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik Bd. 4 und 6 (Springer)
- Harald Stumpf, Alfred Rieckers: Thermodynamik Bd. I (Vieweg 1976)
- Peter Theodore Landsberg: Thermodynamics and Statistical Mechanics (Paperback 1990)
- Peter Theodore Landsberg (ed.): Problems in Thermodynamics and Statistical Physics
- Jürgen Schnakenberg: Thermodynamik und Statistische Physik (VCH 2000)
- Lew D. Landau, Jewgeni M. Lifschitz: Bd V, Statistische Physik
- Charles Kittel: Physik der Wärme
- Herbert B. Callen: Thermodynamics
- Richard Becker: Theorie der Wärme
- Wolfgang Weidlich: Thermodynamik u. Statistische Mechanik
- Kerson Huang: Statistische Physik

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
	Prof. Dr. E. Schöll, PhD	Mi.	14:30–15:30 Uhr	EW 735	23500
	Stefan Fruhner	Fr.	13:30–14:30 Uhr	EW 627	27681
	Philipp Hövel	Fr.	10:00–11:00 Uhr	EW 633	27658
	Peter Kolski	Do.	15:00–16:00 Uhr	EW 627	79863
	Martin Kliesch	Mo.	14:30–15:30 Uhr	EW 217	26232