

12. Übungsblatt – Biologische Physik SS10**Abgabe: Di. 06.07.2010 im Tutorium***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!***Aufgabe 33 (10 Punkte): schriftlich: Perfekte Ratsche**Wir betrachten eine perfekte Ratsche (Energiebarriere $\epsilon \gg kT$), bestehend aus N Bolzen bei $x = 0, L, 2L, \dots$ und mit periodischen Randbedingungen, unter einer äußeren Last f .

- (a) Zeige, dass die Verteilung

$$P(x) = A \left(e^{-f(x-L)/kT} - 1 \right)$$

die stationäre Smoluchowski-Gleichung

$$\frac{d}{dx} \left[\left(\frac{d}{dx} + \frac{1}{kT} \frac{dU(x)}{dx} \right) P(x) \right] = 0$$

im Intervall $x \in (0, L)$ löst und die Randbedingung $P(L) = 0$ erfüllt. Bestimme den Faktor A aus der Normierungsbedingung $N \int_0^L dx P(x) = 1$.

- (b) Berechne die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$j(x) = -D \left(\frac{d}{dx} + \beta \frac{dU(x)}{dx} \right) P(x).$$

Untersuche für die mittlere Ratschengeschwindigkeit $\langle v \rangle = NL \langle j \rangle$ die Grenzfälle $f \rightarrow 0$ und $f \rightarrow \infty$.**Aufgabe (34): mündlich: Kinesin-Motor**In der Vorlesung wurde ein vereinfachtes kinetisches Modell für den Kinesin-Motor behandelt. Leite explizit die „Motorgeschwindigkeit“ v [Gleichung (10.17)] her (2 Kreuzchen!).**Aufgabe (35): mündlich: Elektrosmose**Berechne die Ionenkonzentrationen c_{2,Na^+} , c_{2,K^+} und c_{2,Cl^-} im Inneren einer Zelle und das Membranpotential ΔV im Donnan-Gleichgewicht bei Raumtemperatur. Die Konzentrationen außerhalb der Zelle seien dabei $c_{1,Na^+} = 140$ mM, $c_{1,K^+} = 10$ mM und $c_{1,Cl^-} = 150$ mM. Die Ladungsdichte der Makroionen im Inneren betrage $\rho_{macro} = -125e$ mM.**Aufgabe (36): Bonusaufgabe: Allgemeine Ratsche**Wir betrachten nun obige Ratsche im allgemeinen Fall für verschiedene Größenverhältnisse von Energiebarriere ϵ , mechanischer Arbeit fL und thermischer Energie kT .

- (a) Zeige, dass die allgemeine Lösung der stationären Smoluchowski-Gleichung im Intervall
- $x \in (0, L)$
- die Form

$$P(x) = A \left(B e^{-fx/kT} - 1 \right)$$

mit (zunächst) beliebigen Koeffizienten A und B besitzt.

- (b) Zeige, dass das Produkt
- $P(x)e^{U(x)/kT}$
- bei
- $x = L$
- stetig ist, obwohl die Verteilung
- $P(x)$
- selbst nicht stetig ist. Betrachte hierzu
- $\int_{L-\xi}^{L+\xi} dx j(x)e^{U(x)/kT}$
- im Grenzfall
- $\xi \rightarrow 0$
- .

- (c) Bestimme den Koeffizienten B mit Hilfe von Teil b) inkl. Periodizität $P(L + \xi) = P(\xi)$ und den Faktor A aus der Normierung $N \int_0^L dx P(x) = 1$.

$$\text{Zwischenergebnis: } A = \frac{\beta f L}{NL} \left[\frac{(1 - e^{-\beta f L})(1 - e^{-\beta \epsilon})}{e^{-\beta f L} - e^{-\beta \epsilon}} - \beta f L \right]^{-1} \quad (\beta = 1/kT)$$

- (d) Berechne die mittlere Ratschengeschwindigkeit $\langle v \rangle$ und diskutiere die Fälle $f \approx \epsilon/L$ (nur Vorzeichen von $\langle v \rangle$), $f \rightarrow 0$, $\epsilon \gg kT$ und $\epsilon \gg fL \gg kT$.

Die Aufgabe kann schriftlich bearbeitet werden. Es gibt bis zu 10 Bonuspunkte oder 3 Kreuzchen.

Vorlesung:

- Montag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203
- Dienstag 14:15 Uhr – 16:00 Uhr im EW 203

Übung:

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 731

Scheinkriterien:

- Von den als schriftlich gekennzeichneten Aufgaben werden mindestens 50% der Übungspunkte benötigt (Zweierabgabe möglich).
- Von den restlichen Aufgaben müssen 50% so bearbeitet sein, dass sie in der Übung vorgestellt werden können.

Sprechzeiten:

- Andreas Zöttl: Mittwoch 11 – 12 Uhr im EW 702