

**6. Übungsblatt – Biologische Physik SS10****Abgabe: 25.05.2010**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

**Aufgabe 16 (10 Punkte):** *schriftlich: Viskoses Drehmoment*

In dieser Aufgabe soll das Drehmoment  $\Gamma$  berechnet werden, das eine viskose, inkompressible Flüssigkeit auf eine gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  rotierende Kugel mit Radius  $a$  ausübt.

- (a) Im stationären Fall und bei kleinen Geschwindigkeiten gelten die Stokes-Gleichungen für die Strömungsgeschwindigkeit  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r})$

$$\eta \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p = \mathbf{0},$$

wobei  $\eta$  die Viskosität der Flüssigkeit und  $p = p(\mathbf{r})$  der hydrodynamische Druck ist. Zusätzlich gilt die Inkompressibilitätsbedingung

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

Wir nehmen an, dass die Flüssigkeit an der Kugeloberfläche  $\partial V_K$  haftet und dass sie im Unendlichen in Ruhe ist. Die Randbedingungen sind also

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{r}) &= \Omega \times \mathbf{r} \quad \text{für } \mathbf{r} \in \partial V_K (r = a), \\ \mathbf{u}(\mathbf{r}) &\rightarrow \mathbf{0} \quad \text{für } r \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Die Flüssigkeit wird sich mit der rotierenden Kugel mitdrehen, wobei die Geschwindigkeit der Strömung mit dem Abstand zur Kugel abnehmen wird. Wir wählen daher den Ansatz

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = f(r) \Omega \times \mathbf{r} = \Omega \times f(r) \mathbf{r}.$$

Was folgt aus der Inkompressibilitätsbedingung für die Funktion  $f(r)$ ? Welche Bestimmungsgleichung ergibt sich mit Hilfe der Stokes-Gleichung? Wie lautet die Lösung für das Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$  bei Berücksichtigung der Randbedingungen? [Hinweise:  $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \Omega \times \nabla h(r)$ ;  $\nabla^2 h(r) = 0$ ;  $\mathbf{u}(\mathbf{r}) \propto \Omega \times \mathbf{r}/r^3$ ]

- (b) Der hydrodynamische Spannungstensor lautet für inkompressible Flüssigkeiten

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{1} + \eta \left[ \nabla \otimes \mathbf{u} + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T \right].$$

Das Drehmoment, das die Flüssigkeit auf die Kugel ausübt, ist gegeben durch das Oberflächenintegral

$$\Gamma = \oint_{\partial V_K} \mathbf{r} \times \mathbf{T} d\mathbf{S} = \oint_{\partial V_K} \mathbf{r} \times \mathbf{T} \frac{\mathbf{r}}{r} dS.$$

Welche Beziehung ergibt sich daraus für das viskose Drehmoment  $\Gamma$ ?

**Bitte Rückseite beachten! →**

**Aufgabe (18): mündlich: Milch als Suspension**

- (a) Wir betrachten einen Behälter voller Milch mit der Höhe  $h = 25$  cm. Homogenisierte Milch ist im Wesentlichen eine Suspension aus Fetttröpfchen mit einem Durchmesser von ungefähr  $1 \mu\text{m}$  in Wasser. Die Massendichte von Butterfett ist  $0,91 \text{ g cm}^{-3}$ . Welches Konzentrationsverhältnis  $c(h)/c(0)$  der Fetttröpfchen oben und unten im Behälter stellt sich im Gleichgewicht bei Raumtemperatur ein? Ist homogenisierte Milch eine kolloidale Suspension im Gleichgewicht?
- (b) Nach Teil a) sollte sich Milch in Wasser und Fett trennen, was allerdings im Alltag nicht beobachtet wird. Verwende die Stokes-Formel für die viskose Reibung um abzuschätzen, wie schnell diese Separation in homogenisierter Milch abläuft. Vergleiche die Situation mit unbehandelter Milch, wo die Fetttröpfchen einen Durchmesser von ungefähr  $5 \mu\text{m}$  haben. (Die Viskosität von Wasser ist ungefähr  $10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .)

**Vorlesung:**

- Montag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203
- Dienstag 14:15 Uhr – 16:00 Uhr im EW 203

**Übung:**

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 731

**Scheinkriterien:**

- Von den als schriftlich gekennzeichneten Aufgaben werden mindestens 50% der Übungspunkte benötigt (Zweierabgabe möglich).
- Von den restlichen Aufgaben müssen 50% so bearbeitet sein, dass sie in der Übung vorgestellt werden können.

**Sprechzeiten:**

- Andreas Zöttl: Mittwoch 11 – 12 Uhr im EW 702