

9. Übungsblatt – Biologische Physik SS10**Abgabe: Di. 15.06.2010 im Tutorium**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

Aufgabe 24 (10 Punkte): schriftlich: Chemisches Potential

Für die Entropie eines idealen Gases und näherungsweise auch verdünnter Lösungen gilt die Sackur-Tetrode-Formel

$$S(\mathcal{E}, N, V) = k \ln \left\{ \frac{(2\pi m \mathcal{E})^{3N/2}}{(3N/2 - 1)!} \frac{[V/(2\pi\hbar)^3]^N}{N!} \right\},$$

wobei \mathcal{E} die Energie, V das Volumen und N die Teilchenzahl des Systems ist. (m ist die Teilchenmasse.) Es ist dabei zu beachten, dass es sich bei \mathcal{E} nur um **kinetische** Energie handelt.

Wir betrachten nun den Fall, dass die Teilchenzahl nicht konstant ist (z. B. auf Grund chemischer Reaktionen) und dass jedes der N Teilchen noch eine zusätzliche innere Energie ϵ besitzt. Für das chemische Potential

$$\mu = -T \left. \frac{\partial S}{\partial N} \right|_{E, V}$$

ist entscheidend, dass die **Gesamtenergie** E festgehalten wird, die den Beitrag $N\epsilon$ der inneren Energien aller Teilchen einschließt.

Bestimme das chemische Potential μ des Systems in Abhängigkeit von der Konzentration $c = N/V$ und der Temperatur T . Hinweis: Das Ergebnis besitzt die Form $\mu(c, T) = kT \ln c/c_0 + \mu_0(T)$, wobei c_0 eine frei definierbare Referenzkonzentration ist. Welche Bedeutung hat $\mu_0(T)$?

Hinweis: Nutze die Stirlingsche Formel. Fasse die kinetische Energie als Funktion der Gesamtenergie und der Teilchenzahlenergie auf.

Aufgabe (25): mündlich: Poisson-Boltzmann → Gouy-Chapman

Wir betrachten eine unendlich ausgedehnte Platte, die mit der Flächenladungsdichte σ elektrisch geladen ist. Vor der Platte befindet sich eine Elektrolyt-Lösung mit positiven und negativen Ionen, deren Konzentration im Unendlichen c_∞ sei. Nach der Poisson-Boltzmann-Theorie ist das elektrostatische Potential im Abstand x von der Platte durch

$$\bar{V}(x) \equiv \frac{eV(x)}{kT} = -2 \ln \frac{1 + e^{-(x+x_*)/\lambda_D}}{1 - e^{-(x+x_*)/\lambda_D}}$$

gegeben, wobei

$$e^{x_*/\lambda_D} = \frac{e}{2\pi l_B \lambda_D \sigma} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi l_B \lambda_D \sigma}{e} \right)^2} \right).$$

Hierbei ist $l_B = e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r kT$ die Bjerrum-Länge und $\lambda_D = (8\pi l_B c_\infty)^{-1/2}$ die Debye-Länge. Der Effekt von hinzugefügtem Salz ist, dass es bei Abständen größer als die Debye-Länge die Ladung der Platte abschirmt. Für Abstände kleiner als λ_D macht sich das Salz hingegen kaum bemerkbar, so dass sich in dem Fall das Gouy-Chapman-Resultat ergeben sollte. Zeige, dass bei hinreichend kleiner Salzkonzentration, also hinreichend großem λ_D , das Potential $\bar{V}(x)$ in das Gouy-Chapman-Resultat (plus eine Konstante) übergeht:

$$\bar{V}(x) = 2 \ln \left(1 + \frac{x}{x_0} \right) + \text{const}, \quad \text{wobei} \quad x_0 = e/2\pi l_B \sigma.$$

Aufgabe (26): mündlich: Ladungsdichte zwischen schwach geladenen Platten

Wir betrachten zwei unendlich ausgedehnte, gleich geladene Platten (Flächenladungsdichte σ). Der Zwischenraum sei mit Gegenionen gefüllt. Zeige, dass für schwach geladene Platten die Dichte der Gegenionen im Zwischenraum als konstant angesehen werden kann ($c_+(x) = c_0$) und dass die Ladung der Gegenionen gerade die Ladung auf den Platten neutralisiert.

Vorlesung:

- Montag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203
- Dienstag 14:15 Uhr – 16:00 Uhr im EW 203

Übung:

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 731

Scheinkriterien:

- Von den als schriftlich gekennzeichneten Aufgaben werden mindestens 50% der Übungspunkte benötigt (Zweierabgabe möglich).
- Von den restlichen Aufgaben müssen 50% so bearbeitet sein, dass sie in der Übung vorgestellt werden können.

Sprechzeiten:

- Andreas Zöttl: Mittwoch 11 – 12 Uhr im EW 702