Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. S. Klapp,
Dr. Carsten Weber, Dipl. Phys Arash Azhand,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Phys. Philipp Zedler,
Tanja Schlemm, Jan Techter

10. Mai 2010

5. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2010

Abgabe: Di. 25.05.2010 8:30 Uhr, in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe.

Aufgabe 12 (8 Punkte): *Einfaches Delta-Potential.*
Gegeben sei das folgende eindimensionale Potential

$$V(x) = V_0\delta(x).$$

Von links laufe eine Welle ($E > 0$) ein, die teilweise reflektiert, teilweise transmittiert wird.

(a) Stellen Sie für die beiden Abschnitte ($x \leq 0$ und $x > 0$) Ansätze für die Wellenfunktion auf und begründen Sie diese.

(b) Welche Bedingungen muss die Wellenfunktion an der Unstetigkeitsstelle des Potentials erfüllen? Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Bedingungen die Koeffizienten im Ansatz (dabei kann die Amplitude der einfallenden Welle auf 1 gesetzt werden, da hier die Wellenfunktion nicht normierbar ist).

(c) Leiten Sie Ausdrücke für das Transmissionsvermögen und das Reflexionsvermögen,

$$\begin{aligned} T &= \frac{|j_t|}{|j_e|} \\ R &= \frac{|j_r|}{|j_e|} \end{aligned}$$

her und überprüfen Sie die Eigenschaft $T + R = 1$. Warum gilt diese Eigenschaft?

Aufgabe 13 (12 Punkte): *Vektorraum.*

(a) Seien $|u\rangle, |v\rangle \in \mathcal{H}$ zwei proportionale (parallele) Einheitsvektoren des Hilbertraumes. Was ergibt sich für das innere Produkt $\langle u|v\rangle$? Was ergibt sich speziell im Falle eines reellen Raumes?

(b) In einem zweidimensionalen Hilbertraum sei ein Einheitsvektor $|u\rangle$ gegeben. Wieviele zu $|u\rangle$ orthogonale Einheitsvektoren $|v\rangle$ gibt es in diesem Raum? Was ergibt sich speziell im Falle eines reellen Raumes?

(c) Seien zwei Matrizen A und B mit vollständigen, orthonormierten Eigenvektorsystemen $\{|a_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$ sowie $\{|b_n\rangle\}_{n\in\mathbb{N}}$ und nichtentarteten Eigenwerten α_n und β_n gegeben. Sei die A-Darstellung von $|\psi\rangle$ gegeben durch $\psi^{\mathcal{A}}(\alpha_n) := \langle a_n|\psi\rangle$. Welche Form hat $|\psi\rangle$ in der B-Darstellung?

Bitte Rückseite beachten!$\longrightarrow$

Prof. Dr. S. Klapp,
Dr. Carsten Weber, Dipl. Phys Arash Azhand,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Phys. Philipp Zedler,
Tanja Schlemm, Jan Techter

10. Mai 2010

(d) Seien nun zwei Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie $\psi^A = (\psi^A(-1), \psi^A(1)) = (5,3)$ in der B-Darstellung und A in den beiden Darstellungen. Tip: Definieren Sie sich dazu entsprechende Spaltenvektoren- bzw. Matrix-Darstellungen, indem Sie angeben, welche Komponente sich auf welchen Eigenwert bezieht.

(e) Seien $|\phi\rangle, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ zwei Vektoren aus dem Hilbertraum. Beweisen Sie die Schwarz'sche Ungleichung,

$$|\langle\phi|\psi\rangle|^2 \leq \langle\phi|\phi\rangle\langle\psi|\psi\rangle.$$

Vorlesung:

- Dienstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201
- Mittwoch 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.
- Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien und einmal Vorrechnen.

Klausurtermin:

- 6. Juli, 7:30 in Raum H0105

Tutorien:

- Di 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 246)
- Mi 12:00 – 14:00 Jan Techter (EW 731)
- Mi 14:00 – 16:00 Carsten Weber (EW 246) **** noch Plätze frei ****
- Do 8:00 – 10:00 Ken Lichtner (EW 229)
- Do 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 226)
- Do 10:00 – 12:00 Philipp Zedler (EW 731)
- Do 14:00 – 16:00 Jan Techter (EW 246)
- Fr 10:00 – 12:00 Arash Azhand (EW 226)

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Albert Messiah, Quantenmechanik Band 1 und 2, Walter de Gruyter, Berlin 1991
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1 & 5/2 (Springer, 2002)
- Eugen Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, 5. Auflage, Aula-Verlag, Wiesbaden 1984