

**6. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2010**

**Abgabe: Di. 01.06.2010 8:30 Uhr, in der Vorlesung**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe.*

**Aufgabe 14 (4 Punkte): Operatoreigenschaften**

Der zu  $\hat{A}$  adjungierte Operator  $\hat{A}^+$  ist wie in der Vorlesung durch  $\langle \phi | \hat{A} \psi \rangle = \langle \hat{A}^+ \phi | \psi \rangle$  (für alle  $|\phi\rangle, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ ) definiert. Zeigen Sie damit für zwei Operatoren  $\hat{A}, \hat{B}$  folgende Relationen:

(a)  $(\lambda \hat{A})^+ = \lambda^* \hat{A}^+ \quad (\lambda \in \mathbb{C})$

(b)  $(\hat{A} + \hat{B})^+ = \hat{A}^+ + \hat{B}^+$

(c)  $(\hat{A}\hat{B})^+ = \hat{B}^+ \hat{A}^+$

(d) Falls für die zwei Operatoren  $[\hat{A}, \hat{B}] = i\mathbf{1}$  gilt, so folgt:

$$[\hat{A}, \hat{B}^n] = in\hat{B}^{n-1} = i \frac{d}{d\hat{B}} \hat{B}^n$$

Dies kann als Verallgemeinerung der Aussagen von Aufgabe 7(b-c), Übungsblatt 3 gesehen werden.

**Aufgabe 15 (6 Punkte): Eigenzustände**

Zeigen Sie folgende Aussagen über Systeme von Eigenzuständen:

(a) Zwei Operatoren  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$  vertauschen genau dann, wenn sie einen gemeinsamen Satz von Eigenzuständen  $\{|c_n\rangle\}$  besitzen, d.h.

$$[\hat{A}, \hat{B}] = 0 \Leftrightarrow \exists a_n, b_n \in \mathbb{C} : \hat{A}|c_n\rangle = a_n|c_n\rangle \text{ und } \hat{B}|c_n\rangle = b_n|c_n\rangle$$

(b) Die Streuung eines Operators  $\hat{A}$ ,

$$\Delta \hat{A} = \sqrt{\langle \psi | \hat{A}^2 | \psi \rangle - \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle^2},$$

verschwindet genau dann, wenn  $|\psi\rangle$  ein Eigenzustand von  $\hat{A}$  ist.

**Aufgabe 16 (10 Punkte): Radialsymmetrisches Potential**

Betrachten Sie ein radialsymmetrisches Potential  $V(\mathbf{r}) \equiv V(r)$ , wie z.B. das Kernpotential des Wasserstoffatoms  $V(r) = \frac{\alpha}{r}$ . Gehen Sie von der stationären Schrödingergleichung

$$\left( \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right) |\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

aus.

- Gehen Sie in die Ortsdarstellung über und machen Sie einen der Symmetrie entsprechenden Ansatz für die Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{r})$ .
- Wählen Sie geeignete Koordinaten und stellen Sie in diesen die Schrödingergleichung dar.
- Berechnen Sie in diesen Koordinaten den Drehimpulsoperator  $\hat{\mathbf{L}}^2 = \hat{L}_1^2 + \hat{L}_2^2 + \hat{L}_3^2$  sowie den Radialimpuls  $\hat{p}_r = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{r}})$ .
- Zeigen Sie, dass mit den eingeführten Größen der Hamiltonoperator die der klassischen Mechanik analoge Form

$$H = \frac{1}{2m} \left( p_r^2 + \frac{1}{r^2} \mathbf{L}^2 \right) + V(r)$$

annimmt.

- Überprüfen Sie im Hinblick auf die obige Definition des Radialimpulses, welcher der folgenden Operatoren hermitesch ist: (i)  $\hat{x}\hat{p}$ , (ii)  $\hat{p}\hat{x}$ , (iii)  $(\hat{p}\hat{x} + \hat{x}\hat{p})/2$ .

**Vorlesung:**

- Dienstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201
- Mittwoch 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.
- Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien und einmal Vorrechnen.

**Klausurtermin:**

- 6. Juli, 7:30 in Raum H0105

**Tutorien:**

- Di 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 246)
- Mi 12:00 – 14:00 Jan Techter (EW 731)
- Mi 14:00 – 16:00 Carsten Weber (EW 246)
- Do 8:00 – 10:00 Ken Lichtner (EW 229)
- Do 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 226)
- Do 10:00 – 12:00 Philipp Zedler (EW 731)
- Do 14:00 – 16:00 Jan Techter (EW 246)
- Fr 10:00 – 12:00 Arash Azhand (EW 226)

**Sprechstunden:**

- Prof. Dr. S. Klapp: Mi 11:15 – 12:00 Uhr (EW 707)
- Dr. Carsten Weber: Do 15:15 – 16:00 Uhr (EW 710)
- Dipl. Phys. Arash Azhand: Do 11:15 – 12:00 Uhr (EW 627)
- Dipl. Phys. Ken Lichtner: Di 10:15 – 11:00 Uhr (EW 266)
- Dipl. Phys. Philipp Zedler: Fr 10:15 – 11:00 Uhr (EW 711)
- Tanja Schlemm: Mi 14:30 – 15:30 Uhr (vor der Bibl.)
- Jan Techter: Mo 11:15 – 12:00 Uhr (EW 060)