

VL: Prof. Dr. Ekehard Schöll, PhD, Dr. Philipp Hövel
UE: Dipl.-Phys. Valentin Flunkert, MSc

Projekte zur Nichtlinearen Dynamik und Kontrolle

Durchführung

Die Projekte beinhalten Aufgaben aus verschiedenen Bereichen der nichtlinearen Dynamik und Kontrolle und können nach eigenen Vorstellungen bearbeitet werden (Numerik, Analytik, Zusammenfassung der Literatur, Experimente . . .). Die in jeder Projektbeschreibung aufgeführten Punkte können als Leitfaden dienen, Sie können aber auch in Absprache mit den BetreuerInnen eigene Ideen verfolgen.

Die Projekte sind so konzipiert, dass die Bearbeitung mit der angegebenen Literatur und dem Wissen aus der Vorlesung möglich ist. Bei einigen Projekten werden allerdings besondere Vorkenntnisse benötigt (z.B. MATLAB).

Zur vollständigen Bearbeitung gehören folgende Punkte:

1. Bearbeitung des Projekts in Zweier- oder Dreiergruppen
2. Präsentation der Ergebnisse in einem 15 minütigen Kurzvortrag (+5 Minuten Diskussion). Wichtig ist hierbei in erster Linie die verständliche Darstellung. Beschränken Sie sich deshalb auf die zum Verständnis wesentlichen Punkte.
3. Abgabe einer schriftlichen Ausarbeitung mit vollständiger Dokumentation der Lösungswege und vollständigen Quellenangaben. Auch hier steht die Verständlichkeit und übersichtliche Darstellung im Vordergrund. Der Umfang der Ausarbeitung soll fünf bis zehn Seiten umfassen.

Während der gesamten Bearbeitungszeit stehen Ihnen die BetreuerInnen des jeweiligen Projektes für Fragen zur Verfügung. Bitte machen Sie individuell Termine mit den Betreuern aus.

Projekt 1: Netzwerke und Klima

Betreuer: Philipp Hövel

Im Rahmen der Klimaforschung gibt es seit kurzem Bestrebungen, die Zusammenhänge verschiedener Einflussfaktoren durch Ableiten von Netzwerkstrukturen zu analysieren [1]. Als Grundlage dafür dienen Messdaten und meteorologische Aufzeichnung, die über einen Zeitraum von mehreren Jahrzehnten zur Verfügung stehen.

Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Erklären Sie, wie aus Messdaten ein Netzwerk abgeleitet werden kann.
- Diskutieren Sie verschiedene Kenngrößen, die ein Netzwerk charakterisieren (Grad eines Knotens, durchschnittliche Verbindung, Cluster-Koeffizienten etc.). Bringen Sie diese Kenngrößen mit dynamischen Charakteristika in Verbindung.
- Diskutieren Sie Stärken und Schwächen dieser Herangehensweise.
- Nennen Sie Beispiele klimatischer Vorgänge und deren Auftreten in Netzwerkanalysen.

Literatur

- [1] R. V. Donner, Y. Zou, J. F. Donges, N. Marwan, and J. Kurths: *Recurrence networks: a novel paradigm for nonlinear time series analysis*, New J. Phys. **12**, 033025 (2010).

Projekt 2: *small-world* Netzwerke

Betreuer: Philipp Hövel

Unter den vielen verschiedenen Arten von Netzwerken bilden die sog. *small-world* Netzwerke eine zentrale Rolle [1]. Sie zeichnen sich durch eine kurze durchschnittliche Verbindung zweier Elemente und einen hohen Cluster-Koeffizienten aus. Ihre charakteristische Struktur ist in unterschiedlichen Bereichen nachgewiesen worden wie zum Beispiel in biologischen oder sozialen Netzwerken. In Bezug auf soziale Netzwerke führen *small-world* Netzwerke zu dem Phänomen, dass jeder Mensch mit jedem anderen über höchstens sechs Verbindungen miteinander bekannt ist.

Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Diskutieren Sie verschiedenen Kenngrößen, die ein Netzwerk charakterisieren (Grad eines Knotens, durchschnittliche Verbindung, Cluster-Koeffizienten etc.). Unterscheiden Sie dabei vor allem zwischen zufälligen, regulären und *small-world* Netzwerken.
- Wie können *small-world* Netzwerke erzeugt werden?
- Nennen Sie mindestens drei Beispiele aus unterschiedlichen Gebieten, wo *small-world* Netzwerke zu finden sind.
- Diskutieren Sie die Anfälligkeit eines Netzwerks in Hinblick auf seinen vollständigen Zusammenhang unter dem Einfluss von zufälligem oder koordiniertem Ausfall von Netzwerkelementen.

Literatur

- [1] D. J. Watts and S. H. Strogatz: *Collective dynamics of 'small-world' networks*, Nature **393**, 440 (1998).

Projekt 3: Numerische Bifurkationsanalyse

Betreuer: Philipp Hövel, Valentin Flunkert

Bifurkationsanalysen sind wichtige Hilfsmittel für das Verständnis der Dynamik eines gegebenen Systems. Nur in wenigen Fällen sind die Bifurkationen analytisch zu bestimmen. Wird es zu kompliziert, kann man jedoch auf numerische Methoden zur Bifurkationsanalyse zurückgreifen. Eine dieser Methoden ist die Bifurkationsverfolgung [1, 2].

Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Betrachten Sie die in der Vorlesung behandelten Bifurkationen und übertragen Sie sie in den Computer.
- Weisen Sie verschiedene Bifurkationstypen mittels eines numerischen Programms wie z.B. DDE-BIFTOOL oder AUTO nach.
- Betrachten Sie das Rössler-System mit zeitverzögerter Rückkopplungskontrolle [3]. Untersuchen Sie mittels eines numerischen Programms wie z.B. DDE-BIFTOOL oder AUTO verschiedene Bifurkationen, die durch die Zeitverzögerung induziert werden.

Hinweis: *Für dieses Projekt sind numerische Vorkenntnisse nötig. So ist z.B. DDE-BIFTOOL ohne MATLAB-Kenntnisse nicht zu bedienen.*

Literatur

- [1] K. Engelborghs, T. Luzyanina, and G. Samaey: *Dde-biftool v. 2.00: a matlab package for bifurcation analysis of delay differential equations*, Tech. Rep. TW-330, Department of Computer Science, K.U.Leuven, Belgium (2001).
- [2] K. Engelborghs, T. Luzyanina, and D. Roose: *Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using dde-biftool*, ACM Transactions on Mathematical Software **28**, 1 (2002).
- [3] A. G. Balanov, N. B. Janson, and E. Schöll: *Delayed feedback control of chaos: Bifurcation analysis*, Phys. Rev. E **71**, 016222 (2005).

Projekt 4: Chaos, Kontrolle und Roboter

Betreuer: Philipp Hövel

In der Vorlesung haben wir zu Beginn verschiedene Methoden zur Kontrolle von chaotischen Systemen kennengelernt. Eine leistungsstarke Methode bildet dabei die zeitverzögerte Rückkopplung [1]. Vor kurzem wurde aufbauend auf diesem Kontrollverfahren eine autonome Robotersteuerung entwickelt [2, 3]. Diese ermöglicht es, mittels eines einfachen chaotischen Systems und seiner Kontrolle zwischen verschiedene Gangarten zu wechseln.

Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Programmieren Sie das chaotische System aus Ref. [2] inklusive des Kontrollverfahrens und stabilisieren Sie periodische Orbits verschiedener Periode.
- Diskutieren Sie, wie die Kontrolle genutzt wird, um verschiedene Gangarten zu steuern, und weitere Aspekte der Steuerung wie Optimierung, Lernverhalten etc..

Literatur

- [1] K. Pyragas: *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Phys. Lett. A **170**, 421 (1992).
- [2] S. Steingrube, M. Timme, F. Wörgötter, and P. Manoonpong: *Self-organized adaptation of a simple neural circuit enables complex robot behaviour*, Nature Physics **published online** (2010), 10.1038/nphys1508.
- [3] E. Schöll: *Neural control: Chaos control sets the pace*, Nature Physics **6**, 161 (2010).

Projekt 5: *Dynamical Diseases*

Betreuer: Markus Dahlem, Valentin Flunkert

Mit den Methoden der nichtlinearen Dynamik kann das zeitliche Verhalten von vielen Krankheiten untersucht und verstanden werden [1, 2, 3, 4]. Viele Symptome/Abläufe bei Erkrankungen zeigen z.B. charakteristische periodische oder aperiodische Oszillationen. Der Übergang vom gesunden Zustand zum kranken Zustand lässt sich in einigen Fällen als Bifurkation auffassen.

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Diskutieren Sie den Begriff "dynamical disease" und geben Sie Beispiele an.
- Konzentrieren Sie sich auf eine bestimmte Erkrankung und erläutern Sie das Auftreten und die Beschreibung durch die nichtlineare Dynamik.

Literatur

- [1] M. C. Mackey and L. Glass: *Oscillation and chaos in physiological control systems*, *Science* **197**, 287 (1977).
- [2] J. Belair, L. Glass, U. An Der Heiden, and J. Milton: *Dynamical disease: Identification, temporal aspects and treatment strategies of human illness*, *Chaos* **5**, 1 (1995).
- [3] J. Foss and J. G. Milton: *Multistability in recurrent neural loops arising from delay*, *J. Neurophysiol.* **84**, 975 (2000).
- [4] P. A. Tass, J. Klosterkötter, F. Schneider, D. Lenartz, A. Koulousakis, and V. Sturm: *Obsessive-compulsive disorder: development of demand-controlled deep brain stimulation with methods from stochastic phase resetting*, *Neuropsychopharmacology* **28 Suppl 1**, 27 (2003).

Projekt 6: *Phasenoszillatoren*

Betreuer: Valentin Flunkert

Gekoppelte Oszillatoren lassen sich für schwache Kopplungsstärken durch gekoppelte Phasenoszillatoren beschreiben. Diese einfachen Gleichungen ermöglichen es, komplizierte Oszillationsphänomene in der Natur zu verstehen und zu erklären [1, 2, 3] und haben vielfältige Anwendungen.

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Diskutieren Sie Synchronisationsphänomene in mehreren gekoppelten Phasenoszillatoren.
- Konzentrieren Sie sich auf eine Anwendung z.B. Puls-gekoppelte Neuronen [4], Josephson-Junctions [5, 3] oder auf die Synchronisation von Glühwürmchen [6].

Literatur

- [1] Y. Kuramoto: *Chemical Oscillations, Waves and Turbulence* (Springer-Verlag, Berlin, 1984).
- [2] S. H. Strogatz and I. Stewart: *Coupled oscillators and biological synchronization*, *Sci. Am.* **269**, 102 (1993).
- [3] S. H. Strogatz: *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Westview Press, Cambridge, MA, 1994).
- [4] R. E. Mirollo and S. H. Strogatz: *Amplitude death in an array of limit-cycle oscillators*, *J. Stat. Phys.* **60**, 245 (1990).
- [5] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, and J. Kurths: *Synchronization, A Universal Concept in Nonlinear Sciences* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
- [6] G. B. Ermentrout: *An adaptive model for synchrony in the firefly *pteroptyx malaccae**, *Journal of Mathematical Biology* **29**, 571 (1991).

Projekt 7: Center Manifold Theorem und Normalformanalyse

Betreuer: Valentin Flunkert

In der Nähe von Bifurkationen ist die Dynamik, selbst von hochdimensionalen Systemen, durch wenige Freiheitsgrade bestimmt. Das *center manifold theorem* [1, 2] ermöglicht es, das System auf diese sog. Zentrumsmannigfaltigkeit zu projizieren und dynamische Gleichungen für die dominierenden Freiheitsgrade abzuleiten. Die Gleichungen können dann durch eine Normalformanalyse weiter vereinfacht und auf eine einheitliche Form gebracht werden.

Dadurch wird es möglich, jeden Bifurkationstyp auf eine Standardform zu bringen (die in der VL behandelt wurden).

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Diskutieren und erklären Sie das center manifold theorem und betrachten Sie die folgenden Beispiele
 - Sattel-Knoten-Bifurkation
 - Pitchfork-Bifurkation
 - Hopf-Bifurkation
- Diskutieren Sie die Normalformanalyse anhand der Beispiele.

Hinweise: *Dieses Projekt ist für mathematisch Interessierte.*

Literatur

- [1] J. Guckenheimer and P. Holmes: *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields* (Springer, Berlin, 1986).
- [2] S. Wiggins: *Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos* (Springer Verlag, 2003).

Projekt 8: *Laser mit delayed-feedback*

Betreuer: Valentin Flunkert, Kathy Lüdge, Christian Otto

Halbleiterlaser mit optischer Rückkopplung zeigen interessante Dynamik (u.a. Chaos) und sind für die Datenübertragung von praktischer Bedeutung. Die Dynamik wird im Phasenraum durch rotierende Wellen, die sog. "external cavity modes" (ECMs), strukturiert [1].

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Untersuchen Sie die ECMs und deren Stabilität.
- Simulieren Sie die Lasergleichungen und untersuchen Sie die verschiedenen dynamischen Regime.

Literatur

- [1] V. Rottschäfer and B. Krauskopf: *The ECM-backbone of the Lang-Kobayashi equations: a geometric picture*, Applied Nonlinear Mathematics Research Report, University of Bristol (2005), preprint.

Projekt 9: *Internet Congestion Control*

Betreuer: Valentin Flunkert, Philipp Hövel

Um den Datenfluss im Internet zu kontrollieren, gibt es verschiedene Protokolle (Algorithmen). Diese Protokolle sollen dafür sorgen, dass einzelne Verbindungen zwischen den verschiedenen Knoten (Sender/Empfänger) nicht überlastet werden. Verzögerungszeiten spielen bei den Protokollen eine wichtige Rolle und können zu Instabilitäten und Datenstau führen [1].

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema durch.
- Untersuchen und erklären Sie die verschiedenen in [1] diskutierten Protokolle.
- Simulieren Sie die Protokolle und untersuchen Sie die Stabilität.

Hinweis: *Vorkenntnisse vom standard "transmission control protocol" (TCP) sind hilfreich, aber nicht notwendig.*

Literatur

- [1] S. H. Low, F. Paganini, and J. C. Doyle: *Internet Congestion Control*, IEEE Control Systems Magazine **272** (2002).