

2. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10**Abgabe: Mo. 03.05.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 4 (10 Punkte): Statistischer Operator

- (a) Sei \hat{A} ein hermitescher Operator, der die Eigenwertgleichung $\hat{A}|n\rangle = a_n|n\rangle$ ($\{|n\rangle\}$ sei eine ONB) erfüllt. Betrachten Sie den statistischen Operator $\hat{\rho} = c^{-1} \exp(\hat{A})$, wobei c eine geeignete Normierungskonstante ist. Wie muss w_n gewählt werden damit sich $\hat{\rho}$ als $\hat{\rho} = \sum_n w_n |n\rangle\langle n|$ schreiben lässt. Bestimmen Sie c aus der Normierungsbedingung. Berechnen Sie den Erwartungswert von \hat{A} , sowie das zu $\hat{\rho}$ gehörende Unschärfemaß η . Zeigen Sie, dass $\langle \hat{A} \rangle + \eta/k = \ln c$ gilt.

- (b) Betrachten Sie einen zeitabhängigen statistischen Operator, gegeben durch

$$\hat{\rho}(t) = \sum_a w_a |a(t)\rangle\langle a(t)|,$$

mit konstanten Koeffizienten w_a . Für $t = 0$ gelte $\langle a(0)|b(0)\rangle = \delta_{ab}$. Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft für alle Zeiten ($t \geq 0$) erhalten bleibt. Was folgt daraus für die Dynamik von η ?

Aufgabe 5 (10 Punkte): Unschärfemaß

- (a) Gegeben seien zwei statistische Operatoren $\hat{\rho}_1$ und $\hat{\rho}_2$:

$$\hat{\rho}_i = \sum_{\alpha=1}^6 w_i^\alpha |\alpha\rangle\langle\alpha|, \quad \underline{w}_1 = \left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2} \right), \quad \underline{w}_2 = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right).$$

Berechnen Sie das Unschärfemaß η für diese beiden statistischen Operatoren und interpretieren Sie das Ergebnis.

- (b) Für eine kontinuierliche Basis $\{|x\rangle\}$ seien für verschiedene Parameter β folgende Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben

$$w_\beta(x) = \begin{cases} \beta \exp(-\beta x) & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie das Unschärfemaß $\eta(\hat{\rho}_\beta)$ und diskutieren Sie das Vorzeichen in Abhängigkeit von β .

- (c) Zeigen Sie, dass für jeden statistischen Operator folgendes gilt: $Sp(\hat{\rho}^2) \leq 1$.

- (d) Berechnen Sie $Sp(\hat{\rho}^2)$ für den statistischen Operator $\hat{\rho} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Wann wird durch diesen Operator ein reiner Zustand beschrieben?

- (e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der *Shannon-Information* und dem Unschärfemaß an. Interpretieren Sie das Ergebnis.

- | | |
|-------------------------|--|
| Vorlesung: | <ul style="list-style-type: none">• Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203• Freitag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203 |
| Tutorien: | <ul style="list-style-type: none">• Di 12:15-13:45 EW 229• Mi 08:30-10:00 EW 229• Do 12:15-13:45 EW 229 |
| Scheinkriterien: | <ul style="list-style-type: none">• Mindestens 60% der Übungspunkte.• Bestandene Klausur.• Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien. |
| Klausur: | <ul style="list-style-type: none">• Mittwoch den 07.07.2010 von 12:00 – 14:00 Uhr im EW 203 |
| Zettel: | <ul style="list-style-type: none">• Ausgabe: Freitags in der VL.• Abgabe: 10 Tage später am Montag bis 18 Uhr im Briefkasten (Ernst-Rusker/Altbau).• Abgabe der Übungszettel in 3-er Gruppen! |
| Sprechzeiten: | <ul style="list-style-type: none">• Prof. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742• Assistentensprechstunde: Fr, 9:30–11 Uhr im EW 721/22• Tutorensprechstunde: nach Absprache im Tutorium |
| Kontakt: | <ul style="list-style-type: none">• Kathy Lüdge: luedge@itp.physik.tu-berlin.de• Frank Milde: frank@itp.physik.tu-berlin.de• Malte Langhoff: malte@itp.physik.tu-berlin.de |
| Literatur | <ul style="list-style-type: none">• Torsten Fließbach: Statistische Physik• Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme• Eugen Fick/Günter Sauermaun: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse• Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6• Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik |