Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Kathy Lüdge
Dipl.-Phys. Frank Milde
Malte Langhoff

20. Mai 2010

www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss10/pvbsc/thermo/

6. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10

Abgabe: Mo. 31.05.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! *Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.*

Aufgabe 13 (10 Punkte): Einsteinsche Theorie der Wärmekapazität
In der Einsteinschen Theorie der Wärmekapazität wird ein Festkörper durch N Atome beschrieben, die alle um ihre Gleichgewichtslagen schwingen. Jedes Atom besitzt dabei drei 3 Freiheitsgrade der Vibration. Eine wesentliche Annahme ist, dass die Schwingungen der Atome alle mit derselben charakteristischen Frequenz ω stattfinden. Betrachten Sie diesen idealen Kristall aus N Atomen. Die Gitterschwingungen der Atome sollen als unabhängig voneinander betrachtet werden und mit Hilfe des quantenmechanischen harmonischen Oszillators beschrieben werden. Dieser genügt der bekannten Eigenwertgleichung,

$$H|n\rangle = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})|n\rangle.$$

(a) Wiederholen Sie die Berechnung der Zustandssumme eines quantenmechanischen harmonischen Oszillators aus der Vorlesung.

(b) Bestimmen Sie die Zustandssumme für die Schwingung aller Atome des Kristalls unter der Voraussetzung, dass diese unterscheidbar sind.

(c) Berechnen Sie die innere Energie U des Kristalls. Drücken Sie diese mit Hilfe der *Einstein*-Temperatur $\Theta_E = \hbar\omega/k_B$ aus.

(d) Berechnen Sie nun die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und diskutieren Sie den Grenzfall für $T \to 0$ und $T \to \infty$. Ergibt sich für hohe Temperaturen das *Dulong-Petitsche* Gesetz ? (Hinweis: Bei konstantem Volumen gilt nach 1. Hauptsatz $dU = \delta Q$)

(e) Stellen Sie die Wärmekapazität in Abhängigkeit der Temperatur graphisch (z.B mit *Mathematica*©) dar. Als Einheit für die x-Achse empfiehlt sich T/Θ_E und für die y-Achse $R = N \cdot k_B$.

Aufgabe 14 (10 Punkte): Planck'sches Strahlungsgesetz

(a) Bestimmen Sie ausgehend vom PLANCK'schen Strahlungsgesetz,

$$u(\omega, T)d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}\frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}d\omega,$$

das spektrale Maximum eines schwarzen Körpers. Lösen Sie die auftretende transzendente Gleichung numerisch (z.B. mit *Mathematica*©).

(b) Der Energiefluss der Sonne auf die Erde bei senkrechtem Einfall (Solarkonstante) beträgt 1360 W/m^2, der Abstand Sonne-Erde $1,5 \times 10^{11}$m und der Sonnenradius 7×10^8m. Berechnen Sie mit Hilfe der Solarkonstante die totale Strahlungsleistung der Sonne, sowie die Oberflächentemperatur der Sonne unter der Annahme, dass diese wie ein schwarzer Körper strahlt.
(Hinweis: $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}dx = \frac{\pi^4}{15}$)