

7. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10**Abgabe: Mo. 07.06.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 15 (13 Punkte): STATISTIK UND KLASSISCHES IDEALES GAS

Als Modellsystem für ein klassisches ideales Gas betrachtet man punktförmige Teilchen der Masse m im Volumen V bei der Temperatur T und dem chem. Potential μ . Die großkanonische Zustandssumme wird für ein klassisches ideales Gas wie folgt berechnet:

$$(1) \quad Z_G(T, V, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{V^N}{h^{3N} N!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon_N - \mu N)} d^3\mathbf{p}_1 \dots d^3\mathbf{p}_N.$$

Dabei gilt $\varepsilon_N = \sum_{j=1}^N \frac{\mathbf{p}_j^2}{2m}$ und $\beta = 1/(k_B T)$.

- Wiederholen Sie aus der VL die Ableitung von Gleichung (1) ausgehend von der Summation über alle möglichen Zustände $Z_G = \sum_{n, N_n} \exp[-\beta \{\varepsilon_n(N_n) - \mu N_n\}]$. Wandeln Sie dazu die Summe in eine Integration um und gehen Sie von der Formulierung bezüglich der Besetzungszahlen n zu den Impulsen \mathbf{p} über.
- Diskutieren Sie den Unterschied zur quantenmechanischen großkanonischen Zustandssumme (Vorlesung). Erläutern Sie den Faktor $N!$.
- Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme, als Funktion der thermischen Wellenlänge ($\lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$).
- Berechnen Sie die mittlere Energie \bar{E} , die mittlere Teilchenzahl \bar{N} und den Druck p .
- Was ergibt sich demzufolge als thermische Zustandsgleichung $p(\bar{N}, V, T)$ und was als kalorische Zustandsgleichung $E(\bar{N}, V, T)$.
- Funktioniert diese Rechnung auch falls $\varepsilon_N = \sum_{j=1}^N c \cdot |\mathbf{p}_j|$ gilt?

Aufgabe 16 (7 Punkte): ROTATION EINES ZWEIATOMIGEN GASES

Betrachten Sie ein Gas aus zweiatomigen Molekülen, wobei Vibrationen zwischen den beiden Atomen vernachlässigt werden. Die Rotation soll mit Hilfe des quantenmechanischen Rotators diskutiert werden, dessen Energieeigenwerte bekannt sind:

$$E_l = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2I} \quad l = 0, 1, \dots$$

Dabei ist I das Trägheitsmoment. Die Energieeigenwerte hängen nicht von der Quantenzahl m ($-l \leq m \leq l$) ab, jedes Energieniveau ist aber $(2l+1)$ -fach entartet.

- Bestimmen Sie die Zustandssumme der Rotation eines Moleküls (kanonisches Ensemble).
- Berechnen Sie diese Zustandssumme, indem Sie sie in ein Integral überführen. (Hinweis: Die Rechnung vereinfacht sich durch die Substitution $x = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Ik_B T}$)
- Berechnen Sie die mittlere Energie \bar{E} und die Wärmekapazität C_V der Rotation.