Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Kathy Lüdge
Dipl.-Phys. Frank Milde
Malte Langhoff

11. Juni 2010

www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss10/pvbsc/thermo/

8. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10

Abgabe: Mo. 14.06.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! *Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.*

Aufgabe 17 (8 Punkte): *Chemisches Potential eines 2D Fermigases*

Gegeben sei ein zweidimensionales, offenes System (großkanonisches Ensemble) nichtwechselwirkender Fermionen der Masse m und dem Wellenvektor $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$. Die Energie ε_k und die mittlere Besetzung f_k eines Niveaus mit den Indizes k_x, k_y sind gegeben durch,

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{mit} \quad k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad f_k = \frac{1}{\exp[\beta(\varepsilon_k - \mu)] + 1}.$$

Die mittlere Teilchenzahl $\bar{N}$ des System ist bekannt, ebenso die Temperatur T.

(a) Wie berechnet sich aus f_k die mittlere Teilchenzahl $\bar{N}$ des Systems ?

(b) Führen Sie die Summe aus (a) in ein Energieintegral über und diskutieren sie daran den Begriff der Zustandsdichte $D(\varepsilon)$ für verschiedene Dimensionen d und zeichnen Sie diese.

(c) Berechnen Sie $\bar{N}$ für $d = 2$ und bestimmen Sie daraus das chemische Potential μ.

(d) Lässt sich diese Rechnung analytisch auch für ein 3D Fermigas durchführen?

Aufgabe 18 (12 Punkte): *Bose-Einstein-Kondensation*

(a) Diskutieren Sie mögliche Werte des chemischen Potentials für die Fermi-Dirac und die Bose-Einstein Statistik $f^{F/B}(\varepsilon_k, T, \mu)$. Plotten Sie die Verteilungen für verschiedene Temperaturen, dabei sei $\mu =$fest. Wie verändert sich die mittlere Teilchenzahl?

(b) Betrachten Sie ein dreidimensionales Gas von Bosonen der Dichte n. Die mittlere Teilchenzahl $\overline{N}$ läßt sich berechnen durch Summation über alle Einzelbesetzungswahrscheinlichkeiten f_k^B, d.h. $\overline{N} = \sum_{\mathbf{k}}^{\infty} f_k^B$ wobei k der Betrag des Wellenvektors $\mathbf{k}$ der Teilchen ist. Es gilt die Dispersionsrelation $\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. Überführen Sie die Summe in ein Integral der Form,

$$\overline{N} = V \int_0^\infty f^B(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

und bestimmen Sie die dreidimensionale Zustandsdichte $D(\varepsilon)$ ($\overline{N}$ ist fest.)

(c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus (a) die minimal mögliche Temperatur (bei $\mu = 0$). Diese ist die kritische Temperatur der Bose-Einstein Kondensation T_c.
(*Hinweis:* $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1} dx \approx 2.612$)

(d) Berechnen Sie damit für $T < T_c$ die mittlere Teilchenzahl N'. Ergeben sich Widersprüche für ein abgeschlossenes System und was bedeutet das?

(e) Argumentieren Sie, warum bei sehr kleinen Temperaturen beim Übergang von der Summe zum Integral ein Fehler in der Rechnung aus (b) entsteht.

(f) Machen Sie den Ansatz $\overline{N}/V = \rho_0 + N'/V$, mit ρ_0 als der Dichte des Bose-Einstein-Kondensats. Erklären Sie, warum dieser Ansatz den gemachten Fehler korrigiert. Berechnen Sie den Anteil der kondensierten Materie $\frac{V\rho_0}{\overline{N}}$.

(g) Gibt es Bose-Einstein Kondensation bei 2D Gasen?

Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Kathy Lüdge
Dipl.-Phys. Frank Milde
Malte Langhoff

11. Juni 2010

www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss10/pvbsc/thermo/

Vorlesung:

- Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203
- Freitag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203

Tutorien:

- Di 12:15-13:45 EW 229
- Mi 08:30-10:00 EW 229
- Do 12:15-13:45 EW 229

Scheinkriterien:

- Mindestens 60% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Klausur:

- Mittwoch den 07.07.2010 von 12:00 – 14:00 Uhr im EW 203

Zettel:

- Ausgabe: Freitags in der VL.
- Abgabe: 10 Tage spaeter am Montag bis 18 Uhr im Briefkasten (Ernst-Rusker/Altbau).
- Abgabe der Übungszettel in 3-er Gruppen!

Sprechzeiten:

- Prof. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742
- Assistentensprechstunde: Fr, 10–11:30 Uhr im EW 721/22
- Tutorensprechstunde: nach Absprache im Tutorium

Kontakt:

- Kathy Lüdge: luedge(at)itp.physik.tu-berlin.de
- Frank Milde: frank(at)itp.physik.tu-berlin.de
- Malte Langhoff: malte(at)itp.physik.tu-berlin.de

Literatur

- Torsten Fließbach: Statistische Physik
- Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme
- Eugen Fick/Günter Sauermann: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse
- Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6
- Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik