

5. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie II

Abgabe: Dienstag, den 24. Mai 2011 vor der Übung
Ausgabe: Dienstag, den 10. Mai 2011

Test-Teilchen in einer Gravitationswelle (10 Punkte)
Betrachten Sie, eine ebene Gravitationswelle der Form

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{11} & e_{12} & 0 \\ 0 & e_{12} & -e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{ik(x^3 - ct)} + c.c. \quad (1)$$

die als kleine Störung der Metrik

$$ds^2 = (\eta_{\nu\mu} + h_{\mu\nu})dx^\mu dx^\nu \quad (2)$$

angesehen wird.

Untersuchen Sie, die Bewegung von Test-Teilchen auf die keine weiteren Kräfte einwirken. Zeigen Sie, dass unter der Anfangsbedingung $dx^i/d\tau = 0$ für $\tau = 0$, die Beschleunigung auf die Teilchen verschwindet (Hinweis: Geodätengleichung). Was bedeutet das für die Bahnkurve der Teilchen? Betrachten Sie Teilchen auf einem Kreis mit dem Radius R in der $x^1 - x^2$ -Ebene. Leiten Sie die Änderung des relativen Abstandes

$$dl^2 = (\delta_{mn} - h_{mn}(t))dx^m dx^n \quad (3)$$

der Teilchen im Feld der Gravitationswelle (1), für die Koordinatenwerte der Teilchen $x^1 = R \cos \phi$ und $x^2 = R \sin \phi$, ab.

Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.
Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:
gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de