

8. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie II

Abgabe: Dienstag, den 14. Juni 2011 vor der Übung
Ausgabe: Dienstag, den 31. Mai 2011

Modell eines sphärisch symmetrischen, stationären Sterns II (10 Punkte)

Diese Übung greift auf die Ergebnisse des letzten Übungsblattes zurück. Dort ist die Innenraumlösung eines rotationssymmetrischen Sterns berechnet worden.

Falls Sie die notwendigen Ergebnisse auf dem vorangegangenen Übungsblatt nicht ausgerechnet haben, wird die Lösung in der Übung am 07. Juni 2011 angegeben.

Aufgabe 1:

Zeigen Sie zunächst, daß im Außenraum des Sterns ($r > r_{\text{Stern}}$ und $\mu = p = 0$) die gefundene Lösung mit der äußeren Schwarzschildmetrik übereinstimmt.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Innenraumlösung für den konkreten Fall: $\mu(r \leq r_{\text{Stern}}) = \mu_0 = \text{konst.}$
Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Berechnen Sie das Massenintegral $m(r) = 4\pi \int_0^r \mu(\xi) \xi^2 d\xi$.
- $e^{-\lambda(r)}$ kann jetzt einfach berechnet werden.
- Integrieren Sie die TOV-Gleichung unter der Annahme, daß außerhalb des Sterns der Druck verschwindet $p(r > r_{\text{Stern}}) = 0$.
- Das Ergebnis der Integration kann nach dem Druck im Inneren des Sterns aufgelöst werden. Damit kann dann $\nu(r)$ berechnet werden.
- Zeigen Sie, daß die gerade gefundene innere Schwarzschildmetrik an der Sternoberfläche stetig in die äußere Schwarzschildmetrik übergeht.
- Zeigen Sie, daß der Zentraldruck in der Sternmitte gegen ∞ geht, wenn der Sternradius gegen $9/8$ des Schwarzschildradius geht. Unter welcher Bedingung ist der Stern stabil?

Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.
Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:
gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de