Prof. Holger Stark,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Ing. Andreas Zöttl,
Andrea Völlings, Benjamin Regler, Christian Fräßdorf, Jan Techter

4. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Mo./Di. 09./10. Mai 2011 im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe (13): *Drehmatrix I (mündlich)*

In der Vorlesung wurden für die Beschreibung von Drehungen Drehmatrizen eingeführt.

(a) Wie sieht die Drehmatrix für eine Drehung um $\underline{e}_1$ mit dem Winkel $\frac{2\pi}{n}, n \in \mathbb{Z}$ aus?

(b) Eine allgemeine Drehung kann durch drei Eulerwinkel beschrieben werden. Bestimmen Sie die allgemeine Drehmatrix $\underline{\underline{D}}(\varphi, \vartheta, \psi)$ der Drehung um die Eulerwinkel.

(c) Geben Sie die Drehmatrix für eine Drehung um $\frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{e}_1 + \underline{e}_2 + \underline{e}_3)$ an.

Aufgabe (14): *Drehmatrix II (mündlich)*
Gegeben sei die Matrix

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

(a) Welche Drehung wird durch die Marix $\underline{\underline{A}}$ vermittelt?

(b) Wie lauten die Vektoren $\underline{a} = 1\underline{e}_1 + 2\underline{e}_2 + 1\underline{e}_3, \underline{b} = 3\underline{e}_1 + 5\underline{e}_2 - 4\underline{e}_3$ nach einer Drehung.

(c) Zeichnen Sie die Vektoren vor und nach der Drehung.

(d) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\underline{a} \cdot \underline{b}$ vor und nach der Drehung.

Aufgabe 15 (20 Punkte): *Legendre-Polynome (schriftlich)*
Wir betrachten die Menge $\mathcal{P}^n[-1, 1]$ der Polynome bis zum Grad n auf dem Intervall $[-1, 1]$ und definieren als Skalarprodukt

$$(p, q) := \int_{-1}^{1} p(x)q(x)\mathrm{d}x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

(a) Überprüfen Sie, ob die Basis $\{1, x, x^2, x^3\}$ mit der obigen Definition des Skalarprodukts orthogonal ist. Falls nicht, überführen Sie diese Funktionen mit Hilfe des Gram-Schmidtschen Orthogonalisierungsverfahren in ein Orthogonalsystem.
Hinweis: Gram-Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren für eine Basis $v_1, \ldots, v_n$:

$$u_1 = v_1,$$
$$u_k = v_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(v_k, u_i)}{(u_i, u_i)} u_i.$$

Beginnen Sie mit $u_1 = 1$.

(b) Die in (a) berechneten Polynome sind proportional zu den Legendre-Polynomen, nach denen sich Funktionen im Intervall $[-1, 1]$ entwickeln lassen. Sie lassen sich durch folgende einfache Formel darstellen:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{\mathrm{d}^l}{\mathrm{d}x^l} \left[(x^2 - 1)^l\right]. \tag{1}$$

Berechnen Sie die ersten vier Polynome mit Glg. (1) und vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis aus (a). Zeigen Sie allgemein, daß P_l und $P_{l'}$ für $l \neq l'$ orthogonal sind.

(c) Die Legendre-Polynome erfüllen die Orthogonalitätsbedingung

$$(P_l, P_{l'}) = \frac{2}{2l+1}\delta_{ll'}.$$

Bestätigen Sie das für $l = l'$.

(d) Zeichnen Sie die Polynome bis zum Grad 3 in ein Diagramm.

Vorlesung:	Donnerstags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 201.					
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte. Mindestens 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt. Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien. Bestandene Klausur.					
Sprechzeiten:	**Name**	**Tag**	**Zeit**	**Raum**	**Tel.**	
	Prof. Holger Stark	FR	11:30–12:30 Uhr	EW 709	29623	
	Ken Lichtner	FR	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849	
	Andreas Zöttl	MI	10:30–11:30 Uhr	EW 702	24253	
	Andrea Vüllings	MO	14:15–15:15 Uhr	EW 060	26143	
	Benjamin Regler	DO	13:00–14:00 Uhr	EW 060	26143	
	Christian Fräßdorf	DI	15:00–16:00 Uhr	EW 060	26143	
	Jan Techter	DI	10:15–11:15 Uhr	EW 060	26143	

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
http://www.tu-berlin.de/index.php?id=99451