Prof. Holger Stark,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Ing. Andreas Zöttl,
Andrea Vüllings, Benjamin Regler, Christian Fräßdorf, Jan Techter

8. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Mo./Di. 6./7. Juni 2011 im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe 27 (20 Punkte): *Bahnkurve im Schwimmbad (schriftlich) (2+4+2+6+6 Punkte)*

Paul sieht im Schwimmbad eine Rutsche in der Form einer Schraubenlinie. Als angehender Physiker möchte er nichts dem Zufall überlassen. Vor der Rutschpartie überlegt er sich daher Folgendes: „*Wenn ich, idealisiert als Massenpunkt der Masse m, mit der Kreisfrequenz ω auf dieser Schraubenlinie mit dem Radius R um die z-Achse herumrutsche, bedeutet dies, dass die Projektion der Bahnkurve auf die x, y-Ebene eine Kreisbahn mit dem Radius R ist. Falls meine Geschwindigkeit in z-Richtung den Betrag v_z hat und ich zum Zeitpunkt $t = 0$ den Punkt $\underline{P} = (R, 0, 0)$ passiere kann ich mir meine Bahn im Vorhinein überlegen.*“
Sie können nun Paul dabei helfen:

(a) Geben Sie die Bahnkurve für diese Bewegung an.

(b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung von Paul und geben Sie seine Komponenten bezüglich einer Basis aus Zylinderkoordinaten an.

(c) Wo hat Paul die maximale Geschwindigkeit in x-Richtung?

(d) Berechnen Sie die in der Zeit t zurückgelegte Weglänge $s(t) = \int_0^t |\frac{d\underline{r}(t')}{dt'}|dt'$ und drücken Sie $\underline{r}$ als Funktion von s aus. Wie lang ist der zurückgelegte Weg nach einem vollen Umlauf auf der Schraubenlinie?

(e) Berechnen Sie die Tangenten-, Normalen- und Binormalen-Einheitsvektoren $\hat{\underline{t}}$, $\hat{\underline{n}}$ und $\hat{\underline{b}}$, die das begleitende Dreibein bilden.

Hinweis:
Die Tangenten-,Normalen- und Binormalen-Einheitsvektoren sind wie folgt definiert:

$$\hat{\underline{t}} = \frac{d\underline{r}(s)}{ds}, \quad \hat{\underline{n}} = \frac{d\underline{t}(s)}{ds}/|\frac{d\underline{t}(s)}{ds}|, \quad \hat{\underline{b}} = \underline{t} \times \underline{n}$$

Aufgabe (28): *Skalarfelder, Zylinder-,Kugelkoordinaten (mündlich)*
Stellen Sie folgende Skalarfelder $\phi_i : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ in Zylinder- und in Kugelkoordinaten dar und kommentieren Sie das Ergebnis.

(1) $$\phi_1(x, y, z) = -\frac{\gamma}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

(2) $$\phi_2(x, y, z) = -\gamma \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$$

(3) $$\phi_3(x, y, z) = x$$

(4) $$\phi_4(x, y, z) = \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}$$

Aufgabe (29): *Vektorfelder, Zylinderkoordinaten (mündlich)*
Geben Sie die folgenden Vektorfelder $\underline{v}_i : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ in Zylinderkoordinaten an

(a) $\underline{v}_1(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(\beta x - \alpha y)\underline{e}_x + \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(\alpha x + \beta y)\underline{e}_y + \gamma \underline{e}_z$

(b) $\underline{v}_2(x,y,z) = \alpha \underline{e}_x + \alpha \underline{e}_y + \gamma \underline{e}_z$.

Hinweis: Ersetzen Sie hierbei auch die Einheitsvektoren $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$ durch die Koordinatenbasis der Zylinderkoordinaten $\underline{e}_\rho, \underline{e}_\varphi, \underline{e}_z$.

Aufgabe (30): *Bahnkurve (mündlich)*
Berechnen Sie für die Bahnkurve

$$\underline{r}(t) = e^{-\sin(t)}\underline{e}_x + \tan(t)\underline{e}_y + \ln(1+t^2)\underline{e}_z$$

die Ausdrücke

(a) $|\underline{r}(t)|$, (b) $\underline{\dot{r}}(t)$, (c) $|\underline{\dot{r}}(t)|$, (d) $\underline{\ddot{r}}(t)$ und (e) $|\underline{\ddot{r}}(t)|$,

jeweils für die Zeit $t = 0$.

Vorlesung:	Donnerstags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 201.
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte. Mindestens 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt. Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien. Bestandene Klausur.

Sprechzeiten:

Name	**Tag**	**Zeit**	**Raum**	**Tel.**
Prof. Holger Stark	FR	11:30–12:30 Uhr	EW 709	29623
Ken Lichtner	FR	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Andreas Zöttl	MI	10:30–11:30 Uhr	EW 702	24253
Andrea Vüllings	DI	14:15–15:15 Uhr	EW 060	26143
Benjamin Regler	DO	13:00–14:00 Uhr	EW 060	26143
Christian Fräßdorf	DI	15:00–16:00 Uhr	EW 060	26143
Jan Techter	DO	12:15–13:15 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
http://www.tu-berlin.de/index.php?id=99451