

Prof. Holger Stark,
 Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Ing. Andreas Zöttl,
 Andrea Vüllings, Benjamin Regler, Christian Fräßdorf, Jan Techter

9. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Di. 14. Juni 2011 im Tutorium oder im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes bis 18 Uhr!

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe 31 (7 Punkte): *Bewegung im Schwerfeld (schriftlich) (1+2+1+3 Punkte)*

Gegeben ist die Flugbahn eines Teilchens auf der Erde

$$\underline{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x t \\ 0 \\ v_z t - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix},$$

wobei $v_x, v_z \geq 0$ die Geschwindigkeitskomponenten in x - bzw. z -Richtung sind, $g > 0$ die Fallbeschleunigung ist, und t die Zeit bezeichnet.

- Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\underline{v} = \dot{\underline{r}}$ und die Beschleunigung $\underline{a} = \dot{\underline{v}} = \ddot{\underline{r}}$.
- Berechnen Sie die Weglänge $s(t)$ für den Fall $v_z = 0$. Was passiert für $v_x \rightarrow 0$?
Hinweis: Nutzen Sie zur Berechnung des Integrals eine Integraltafel. Besser: Lösen Sie das auftretende Integral durch geeignete Substitution mit $\sinh x$.
- Parametrisieren Sie \underline{r} durch den in x -Richtung zurückgelegten Weg, d.h. bestimmen Sie $z(x)$.
- Wir legen nun unser Koordinatensystem in den Brennpunkt F der Parabel. So kann die Parabel in der Form

$$\tilde{y} = 0 \quad \tilde{z} = A\tilde{x}^2 - \frac{1}{4A}$$

dargestellt werden. Geben Sie die notwendige Koordinatentransformation (Verschiebung des Koordinatenursprungs) an und bestimmen Sie A . Stellen Sie die Parabel in Kugelkoordinaten dar, d.h., berechnen Sie $r(\vartheta)$ für die Bahn.

Aufgabe 32 (7 Punkte): *Vollständiges Differential (schriftlich) (4+3 Punkte)*

- Berechnen Sie das vollständige Differential der folgenden Skalarfelder $\phi_i : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\phi_1(x, y, z) = -\frac{\gamma}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\phi_2(x, y, z) = -\gamma \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$\phi_3(x, y, z) = x$$

$$\phi_4(x, y, z) = \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}$$

- Bilden Sie das vollständige Differential des Skalarfeldes $U(x, y, t) = x + e^{-ay} \cos \omega t$. Berechnen Sie nun die totale Zeitableitung von U entlang der Bahnkurve $\underline{r}(t) = a(\sin \omega t \underline{e}_x + t/t_0 \underline{e}_y)$, also

$$\frac{dU(\underline{r}(t), t)}{dt}.$$

Diskutieren Sie den Fall $t \gg t_0$ für $a > 0$.

9. Übung MM SoSe 11

Aufgabe 33 (6 Punkte): *Jacobi-Matrix und Funktionaldeterminante (schriftlich) (3+3 Punkte)*

Es sei eine Koordinatentransformation zwischen kartesischen Koordinaten $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ und anderen Koordinaten (x'_1, x'_2, x'_3) gegeben:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1(x'_1, x'_2, x'_3) \\x_2 &= x_2(x'_1, x'_2, x'_3) \\x_3 &= x_3(x'_1, x'_2, x'_3).\end{aligned}$$

Die Einträge der sogenannten Jacobi-Matrix \underline{F} sind definiert als

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x'_j} \quad i, j = 1, 2, 3$$

und die Funktionaldeterminante ist gegeben durch $\det \underline{F}$. Berechnen Sie die Jacobi-Matrix und die Funktionaldeterminante für

- (a) Zylinderkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (\rho, \varphi, z)$
- (b) Kugelkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (r, \vartheta, \varphi)$

Vorlesung: Donnerstags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 201.

Scheinkriterien: Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
Mindestens 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt.
Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Bestandene Klausur.

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Holger Stark	FR	11:30–12:30 Uhr	EW 709	29623
Ken Lichtner	FR	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Andreas Zöttl	MI	10:30–11:30 Uhr	EW 702	24253
Andrea Vüllings	DI	14:15–15:15 Uhr	EW 060	26143
Benjamin Regler	DO	13:00–14:00 Uhr	EW 060	26143
Christian Fräbldorf	DI	15:00–16:00 Uhr	EW 060	26143
Jan Techter	DO	12:15–13:15 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
<http://www.tu-berlin.de/index.php?id=99451>