

Prof. Dr. Eckehard Schöll, Dr. Kathy Lüdge  
Dr. Carsten Weber

## 8. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

### Abgabe: Di. 14.06.2011 in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

### Aufgabe 19 (16 Punkte): Zyklotronresonanz und effektive Massen

Betrachten Sie die semiklassische Dynamik von Kristallelektronen in einem homogenen Magnetfeld in der Nähe eines Bandminimums  $\mathbf{k}_0$ . Verwenden Sie die Effektive-Masse-Näherung.

- (a) Zeigen Sie, dass für die Kreisfrequenz der Elektronen

$$\omega^2 = \frac{e^2(B_1^2 m_1 + B_2^2 m_2 + B_3^2 m_3)}{m_1 m_2 m_3}$$

gilt, wobei die  $B_i$  die Komponenten der magnetischen Flussdichte in den Hauptachsen mit zugehörigen Eigenwerten  $m_i$  sind.

**Hinweis:** Machen Sie den Ansatz  $\mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = \mathbf{C}e^{i\omega t}$  mit der komplexen Konstante  $\mathbf{C}$ .

- (b) Ein Leitungsbandminimum  $\mathbf{k}_0$  von Germanium liegt im  $\mathbf{k}$ -Raum in der  $[1, 1, 1]$ -Richtung. Zeigen Sie, dass der Massentensor an diesem Minimum in der Basis  $\mathbf{e}_1 = (1, 1, 1)/\sqrt{3}$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 0)/\sqrt{2}$  und  $\mathbf{e}_3 = (1, 1, -2)/\sqrt{6}$  diagonal ist und  $m_2 = m_3 = m_\perp$  gilt, wobei  $m_\perp$  die transversale effektive Masse ist. (Man beachte, dass Germanium im Diamantgitter kristallisiert.)
- (c) Es wird ein Zyklotron-Resonanzexperiment mit der Frequenz  $\omega = 2\pi \cdot 2,4 \times 10^{10}$  Hz durchgeführt. Zeigt das äußere Magnetfeld in  $[1, 1, 1]$ -Richtung, so tritt bei  $B = 0,07$  T eine Absorptionsresonanz auf. Liegt dagegen das Magnetfeld in  $[1, -1, 0]$ -Richtung, so liegt bei 0,31 T Resonanz vor. Bestimmen Sie die Eigenwerte  $m_\parallel = m_\parallel$  ( $m_\parallel$ : longitudinale effektive Masse) und  $m_\perp$  des Massentensors für das in (b) diskutierte Minimum.
- (d) Berechnen Sie die Gruppengeschwindigkeit eines Elektrons in der Nähe des  $[1, 1, 1]$ -Minimums mit  $\mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = \delta k \mathbf{e}_x$ . Liegt die Geschwindigkeit parallel zu  $\mathbf{e}_x$ ?

### Aufgabe 20 (4 Punkte): Semiklassische Elektronendynamik

Betrachten Sie ein freies Elektron im homogenen elektrischen Feld  $\mathcal{E}$  und in einer homogenen magnetischen Induktion  $\mathbf{B}$ . Stellen Sie die klassische Bewegungsgleichung auf und lösen Sie diese numerisch für folgende Fälle:

- (a)  $\mathcal{E} \neq 0$  und  $\mathbf{B} \neq 0$  stehen senkrecht aufeinander. Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingung  $\mathbf{v}(0) = 0$  (Zykloide) und für geeignete Anfangsbedingungen, die die Zykloide in der Ebene verlängern und verkürzen.
- (b)  $\mathcal{E} \neq 0$  und  $\mathbf{B} \neq 0$  stehen senkrecht aufeinander. Finden Sie die Anfangsbedingung, unter der sich das Elektron geradlinig bewegt.
- (c)  $\mathcal{E} \neq 0$  und  $\mathbf{B} \neq 0$  stehen nicht senkrecht aufeinander. Gibt es dennoch eine Anfangsbedingung, unter der sich das Elektron geradlinig bewegt? (Begründung!)

**Hinweis:** Visualisieren Sie jeweils die Lösung graphisch in geeigneter Weise.