Prof. Dr. Eckehard Schöll, Dr. Kathy Lüdge
Dr. Carsten Weber

10. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 27.06.2011 bis 17:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 23 (7 Punkte): *Debye-Länge*

Betrachten Sie einen n-dotierten Halbleiter mit der homogenen Dotierungsdichte n_D. Das Störstellenniveau liege um ΔE unter dem Leitungsband. Dabei gelte $(E_\mathrm{L} - \Delta E - \mu) \gg k_\mathrm{B}T$, so dass Sie im Folgenden die Näherung der Nichtentartung verwenden können. Die lokale Dichte der Elektronen im Leitungsband plus die der Elektronen, die in den Störstellen gefangen sind sei $n(\mathbf{r})$. Zusätzlich existiere eine Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$.

(a) Zeigen Sie, dass in der Näherung $\delta n = n - n_\mathrm{D} \ll n_\mathrm{D}$ folgende Gleichung gilt:

$$\frac{\varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0 k_\mathrm{B}T}{e n_\mathrm{D}}\Delta\delta n(\mathbf{r}) = e\delta n(\mathbf{r}) - \rho(\mathbf{r}).$$

Hinweis: Beachten Sie, dass das Minimum im Leitungsband ortsabhängig wird: $E_\mathrm{L}(x) = E_\mathrm{L}(\infty) - e\Phi(x)$, wobei das Potential Φ das elektrische Potential ist. Bestimmen Sie daraus $n(\mathbf{r})$.

(b) Lösen Sie diese Gleichung für $\rho(\mathbf{r}) = e\delta(\mathbf{r})$ (dies entspricht einer positiv geladenen Störstelle). Stellen Sie $E_\mathrm{L}(x)$, μ und $\delta n(x)$ qualitativ in einer Skizze graphisch dar.

(c) Definieren Sie eine Abschirmlänge λ_D und geben Sie deren Größe für GaAs ($\varepsilon_\mathrm{r} = 13.2$) bei $n_\mathrm{D} = 10^{16}\mathrm{cm}^{-3}$ und Raumtemperatur an.

(d) Diskutieren Sie den Unterschied zur Thomas-Fermi-Abschirmung aus Aufgabe 15, Übungsblatt 6. Woher rühren die jeweiligen Abschirmungen und für welche Materialien sind sie brauchbar?

Aufgabe 24 (13 Punkte): *Ladungstransport bei Streuung an ionisierten Störstellen*

Wir betrachten einen Halbleiter bei tiefen Temperaturen und nehmen an, dass die Elektronenstöße im Leitungsband im Wesentlichen an ionisierten Störstellen stattfinden. Das Leitungsband sei parabolisch isotrop genähert.

(a) Geben Sie den Stoßterm aus der Boltzmanngleichung für diesen Fall explizit an.

(b) Das elektrische Feld $\mathcal{E}$ (in z-Richtung) sei schwach. Dann ist es sinnvoll, für die Verteilungsfunktion eine Legendre-Entwicklung bis zur ersten Ordnung $f(\mathbf{k}) = f_0(E) + f_1(E)kP_1(\cos\theta)$ mit $\theta = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{e}_z)$ durchzuführen. Zeigen Sie, dass der Stoßterm dann die Form

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k})}{\partial t}\right)_\mathrm{Stoß} = -\frac{f_1(E)}{\tau(E)}k\cos\theta$$

mit der energieabhängigen Relaxationszeit

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{N_\mathrm{s}}{V_\mathrm{g}}\frac{1}{16\pi\sqrt{2m_\mathrm{L}}}\left(\frac{Ze^2}{\varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0}\right)^2\frac{1}{E^{3/2}}\left[-\frac{E/\alpha}{1+E/\alpha} + \ln(1+E/\alpha)\right]$$

hat, wobei $\alpha = \hbar^2/(8m_\mathrm{L}\lambda_\mathrm{D}^2)$, m_L die effektive Masse des Leitungsbandes und $N_\mathrm{s}/V_\mathrm{g}$ die Dichte der Störstellen, die jeweils die Ladung Ze besitzen, ist.

(c) Bestimmen Sie mit diesem Ergebnis $f_1(E)$ durch den Koeffizientenvergleich zu $P_1(\cos\theta)$ in der Legendre-Entwicklung der stationären und räumlich homogenen Boltzmanngleichung.

(d) Berechnen Sie nun die Stromdichte $\mathbf{j}$ unter der Annahme der Nichtentartung, wobei Sie für $f_0(E)$ die Boltzmannverteilung verwenden. Machen Sie dabei in der eckigen Klammer des Ausdruckes von $\tau(E)$ die Näherung $E/\alpha = 3k_\mathrm{B}T/\alpha = const.$, so dass $\tau(E) \sim E^{3/2}$ gilt.

(e) Identifizieren Sie aus dem Ausdruck von (d) die Mobilität.