

Prof. Dr. Harald Engel,
 Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Phys. Judith Lehnert, Dipl. Ing. Maximilian Schmitt
 Tanja Schlemm, Anke Zimmermann

9. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Abgabe: Di. 21.06.2011 8:15 Briefkasten ER-Geb./online über ISIS (max. 1MB)

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 20 (15 Punkte): Wasserstoffatom

Eine normierte Wellenfunktion ist gegeben durch

$$\Psi(r, \theta, \phi) = \frac{a_0^{-3/2}}{\sqrt{\pi}} \exp(-r/a_0).$$

- (a) Zeigen Sie durch Einsetzen in die zeitunabhängige Schrödingergleichung, dass $\Psi(r, \theta, \phi)$ eine Wellenfunktion des Wasserstoffatoms mit dem Coulomb-Potential $V(r) = -e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ ist. Geben Sie den Energieeigenwert und die Quantenzahlen des Zustandes an.

Hinweis: Der *Bohrsche Radius* $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(m_e e^2)$ ist ein typisches atomares Längemaß. Eine entsprechende charakteristische Energieeinheit ist die *Rydberg-Energie* $E_R = \hbar^2/(2m_e a_0^2)$.

- (b) Berechnen Sie den mittleren Abstand des Elektrons vom Kern.
 (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Elektron innerhalb des Kerns zu finden (Kernradius ca. 10^{-15}m)?
 (d) Ein Elektron im Coulombfeld eines Protons habe die Wellenfunktion

$$\Phi = \left(\frac{a_0}{\sqrt{\pi}}\right)^{3/2} \exp(-a_0^2 r^2/2).$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet es sich im Grundzustand Ψ_{100} des Wasserstoffatoms?

- (e) Plotten Sie nun die radiale Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(r) = \int d\Omega r^2 |\Psi_{n,l,m}(\mathbf{r})|^2$ für

- (i) die Zustände $l = 0$ mit $n = 1, 2, 3, 4$,
 (ii) die Zustände $n = 4$ mit $l = 0, 1, 2, 3$.

Hinweis: Verwenden Sie als Längenskala den *Bohrschen Radius* und beachten Sie, dass die Laguerre-Polynome in Mathematica nicht die übliche Normierung haben.

- (f) Visualisieren Sie das Betragsquadrat der Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\theta, \phi)$ mit Hilfe des Kommandos `SphericalPlot3D` von Mathematica für $l = 1$ mit $m = -1, 0, 1$ sowie für $l = 2$ mit $m = 0, 1, 2$. Was wird dabei dargestellt?

Aufgabe 21 (5 Punkte): Virialsatz

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert des Coulomb-Potentials im Grundzustand des Wasserstoffatoms und zeigen Sie dass $\langle V \rangle = 2E_1$.
 (b) Berechnen Sie den Erwartungswert der kinetischen Energie im Grundzustand des Wasserstoffatoms und bestätigen Sie die Gültigkeit des Analogons zum Virialsatz der klassischen Mechanik:

$$\langle T \rangle = -1/2 \langle V \rangle.$$

9. Übung TPII SS11

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben. Diese ist zu erreichen über

<http://www.tu-berlin.de/?98665>

Wochenplan

	Di	Mi	Do
8-10	VL EW 203	VL EW 202	
10-12	Tut H 2033 TS		Tut EW 226 TS
12-14	Tut EB 133C M/S	Tut EW 226 AZ	
14-16	Tut ER 164 M/S		Tut EB 417 AZ

M/S – Max Schmitt/Stefan Fruhner, TS – Tanja Schlemm, AZ – Anke Zimmermann

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
	Prof. Dr. H. Engel	Mi.	14:30-16:00	EW 738	79462
	Stefan Fruhner	Fr.	14:00-15:00	EW 627/28	27681
	Max Schmitt	Do.	10:00-11:00	EW 708	25225
	Tanja Schlemm	Fr.	11:00-12:00	EW 060	26143
	Anke Zimmermann	Di.	12:00-13:00	EW 060	26143