Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary
Arash Azhand, Mathias Hayn, Philipp Zedler

1. Juni 2011

www.tu-berlin.de/?98664

7. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Zustandsdichte, klassischer Limes

Abgabe: Dienstag 14. Juni 2011 bis 10.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 19 (6 Punkte): *Zustandsdichte*
Berechnen Sie die Einteilchen-Zustandsdichte $\nu_D(E)$ eines freien Teilchens mit Dispersion $E = |\mathbf{k}|^2 = k_1^2 + ... + k_D^2$ ($\hbar = 2m = 1$) im D-dimensionalen Volumen L^D ($D = 1, 2, 3, ..., 2736, ...$ beliebig), z.B. mit dem in der Vorlesung gezeigten 'Trick'. Geben Sie mit Hilfe des hergeleiteten Resultates auch die N-Teilchen-Zustandsdichte für N nicht-wechselwirkende Teilchen an, von denen jedes die Dispersion $E = |\mathbf{k}|^2 = k_1^2 + ... + k_d^2$ ($\hbar = 2m = 1$) in d Dimensionen hat.

Aufgabe 20 (8 Punkte): *Klassischer Limes*
Zeigen Sie für ein Teilchen in d Dimensionen mit Hamiltonoperator $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$, dass für die kanonische Zustandssumme im thermodynamischen Limes eines grossen Volumens $L^d \to \infty$ gilt

$$Z = \frac{1}{(2\pi\hbar)^d} \int d^dp \int d^dx e^{-\beta\left[\frac{(p-i\hbar\nabla)^2}{2m} + V(x)\right]}, \qquad (1)$$

(∇: Nabla-Operator) und erklären Sie damit kurz den klassischen Limes.

Aufgabe 21 (6 Punkte): *Kumulanten*
Betrachten Sie Elektronen, die mit der Wahrscheinlichkeit $T \in [0, 1]$ durch eine Barriere tunneln. Die Anzahl der transmittierten Elektronen n für eine vorgegebene Anzahl von Bernoulli-Versuchen N folgt einer Binomialverteilung

$$P_{\text{binomial}}(n) = \begin{pmatrix} N \\ n \end{pmatrix} T^n (1-T)^{N-n}.$$

a) Zeigen Sie, dass die zugehörige Kumulantenerzeugende $\Gamma_{\text{binomial}}(\chi) := -\ln \sum_n P_{\text{binomial}}(n) e^{i\chi n}$ gegeben ist durch
$$\Gamma_{\text{binomial}}(\chi) = -N \ln[1 + T(\exp(i\chi) - 1)].$$

b) Berechnen Sie die ersten drei Kumulanten
$$\langle\!\langle n^{(k)} \rangle\!\rangle = -\left.\frac{d^k\Gamma}{d(i\chi)^k}\right|_{\chi=0}, k = 1, 2, 3,$$
und interpretieren Sie das Ergebnis.

c) Zeigen Sie für $T \ll 1$ und $NT \to \langle\!\langle n \rangle\!\rangle$, dass die Binomialverteilung in eine Poissonverteilung mit der Kumulantenerzeugenden
$$\Gamma_{\text{Poisson}}(\alpha) = \langle\!\langle n \rangle\!\rangle [\exp(\alpha) - 1]$$
übergeht.

- **Internetseite der Veranstaltung:** http://www.tu-berlin.de/?98664
- **Vorlesung:** Mittwoch 12:00 bis 14:00 Uhr und Freitag 8:00 bis 10:00 Uhr in EW 203
- **Literatur:**
  - Arnold Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik - Thermodynamik und Statistik*
  - R. Becker, *Theorie der Wärme*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 4 - spezielle Relativitätstheorie und Thermodynamik*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 6 - statistische Physik*
  - Norbert Straumann, *Thermodynamik*
  - Herbert B. Callen, *Thermodynamics (1966), Thermodynamics and an introduction to thermostatics (1985)*
- **Tutorien:**
  - Dienstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Mathias Hayn
  - Mittwoch, 8:00 bis 10:00 Uhr bei Arash Azhand
  - Donnerstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Philipp Zedler
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien (einmal Vorrechnen) und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**
  - Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13:00 - 14:00 Uhr in EW 744
  - Philipp Zedler: Mi, 11:00 - 12:00 Uhr EW 711
  - Arash Azhand: Do, 11:00 - 12:00 Uhr in EW 627