

10. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie II

Abgabe: Dienstag, den 03. Juli 2012 vor der Übung

Ausgabe: Dienstag, den 19. Juni 2012

Aufgabe 1: Hintergrundstrahlung

Betrachten Sie eine Photonengas, welches sich zu einem Zeitpunkt t_e im Gleichgewicht befindet, d.h. die Dichte $n(\nu_e, t_e)$ der Photonen ist (Plancksches Strahlungsgesetz)

$$n(\nu', t_e) d\nu' = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\nu'^2 d\nu'}{\exp(\hbar\nu'/kT_e) - 1}. \quad (1)$$

Bestimmen Sie die Änderung dieser Verteilung für den Robertson-Walker-Kosmos.

a) Zeigen Sie, dass die Gleichgewichtsverteilung unter der Expansion des Kosmos erhalten bleibt.

b) Welche Abhängigkeit erhält man für die Entwicklung der neuen Gleichgewichtstemperatur?

c) Diskutieren Sie das erhaltene Ergebnis.

Beachten Sie die Abhängigkeit zwischen Frequenz und Skalenparameter $\nu R(t) = \nu' R(t_e)$ und dass sich Volumina bei der Expansion mit $(\frac{R(t_e)}{R(t)})^3$ skalieren.

Aufgabe 2: Instabilität des Einstein-Kosmos

Zeigen Sie, dass der durch

$$\frac{k}{S_E^2} = \frac{4\pi G}{c^4} (\mu + p) \quad (2)$$

$$\Lambda = \frac{4\pi G}{c^4} (\mu + 3p) \quad (3)$$

definierte Einstein-Kosmos, mit $k = 1$ und $S_E = const$, $\dot{S} = \ddot{S} = 0$, instabil ist gegenüber kleinen Störungen der Form $S_0 \rightarrow S_0 + \delta S$, $\mu_0 \rightarrow \mu_0 + \delta\mu$. Nehmen Sie dazu eine allgemeine Zustandsgleichung $p = \omega\mu$ mit $\omega = const$ an, und benutzen Sie die Friedmann-Gleichung

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} + \frac{c^2}{S^2} - \frac{c^2\Lambda}{3} = \frac{8\pi G}{3c^2} \mu \quad (4)$$

und die Energiebilanz-Gleichung

$$\dot{\mu} + 3\frac{\dot{S}}{S}(\mu + p) = 0. \quad (5)$$

Zeigen Sie zuerst mit Hilfe der Energiebilanz-Gleichung, dass die Störungen von S und μ gekoppelt sind. Untersuchen Sie dann die Entwicklung der Störung in linearer Ordnung (was passiert da?) und in der zweiten Ordnung.

Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.

Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:

gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de