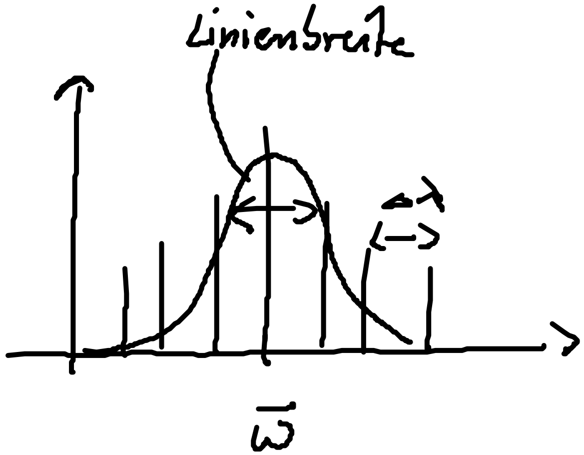
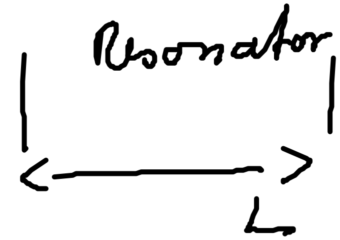
2.3. Vielmoden-Laser

<u>Bisher</u>: Laseremission in <u>eine</u> Mode

<u>Aber</u>: Laseremission kann in alle Resonatormoden erfolgen die innerhalb
der atomaren Linienbreite (Gaslaser)
des Gain-Spektrum (Halbleiterlaser) liegen.



$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2nL}$$



↑ Übergangsfrequenz im Atom

2.3.1 Mechanismen der Linienverbreiterung

(a) Homogene Verbreiterung

(1) Natürliche Linienbreite γ_0 (endliche Lebensdauer der angeregten Elektronen)

(2) Stoßverbreiterung $\frac{1}{T_2}$

$\hat{=}$ Phasengedächtnis $\hat{=}$ dephasing time T_2

- Zerfall der makroskopischen Polarisation durch Stöße der Elektronen / Atome untereinander

→ gesamte Linienbreite $\gamma = \gamma_0 + \frac{1}{T_2}$

(b) Inhomogene Verbreiterung

- Atome unterscheidbar – $\bar{\omega}$ hängt z.B. vom Ort des Atoms ab, $\bar{\omega}_\mu$

- atomare Frequenzen $\bar{\omega}_\mu$ statistisch verteilt

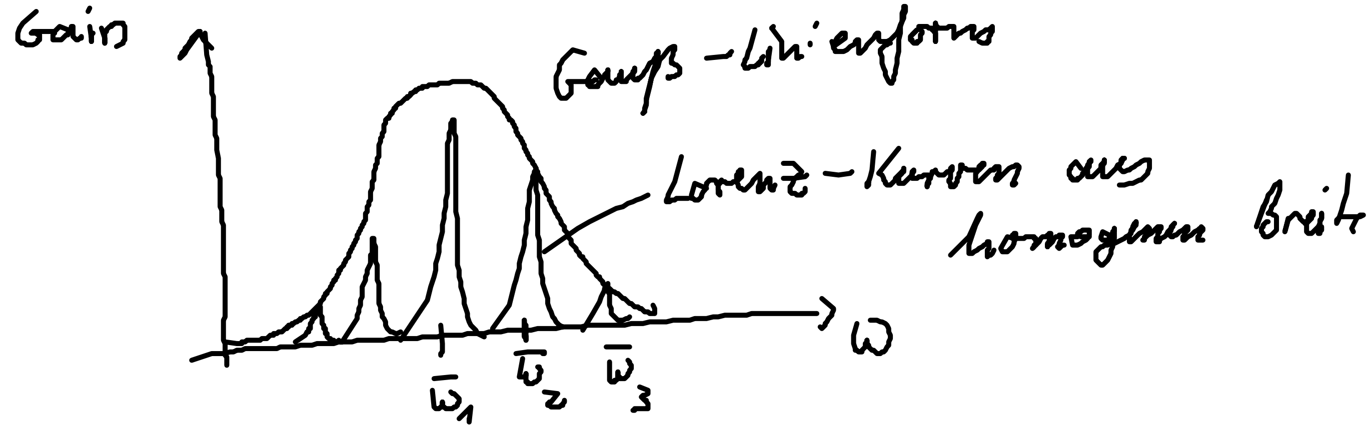
Physikalische Ursachen

- Gaslaser: Dopplerverbreiterung durch thermische Bewegung ($\bar{\omega}_{\mp} = \bar{\omega}_0 \left(1 \mp \frac{v}{c}\right)$)

  → Gauß Linienform

- Festkörperlaser
  - inhomogene Gitterverbreiterung

- Quantenpunkt-Laser
  verschiedene statistisch verteilte Größen der Quantenpunkte



Voigt-Linienform

2.3.2. Bilanzgleichungen im Vielmodenfall

strahlende Übergangswahrscheinlichkeit

$$W_{\lambda\mu} = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + (\bar{\omega}_\mu - \omega_\lambda)^2} \, |g_{\lambda\mu}|^2 \quad \text{mit}$$

λ: Moden-Frequenz μ: Atom Index

Kopplungskonstante $$g_{\lambda\mu} := i\,\overset{\text{Dipolmoment}}{\underline{\mu}}\; \underbrace{\underline{e}_\lambda\, u_\lambda(x_\mu)}_{\text{Polarisation der Feldmode + Ortsabhängigkeit } u_\lambda(x)} \sqrt{\frac{\omega_\lambda}{2\varepsilon_0 \hbar}}$$

(Herleitung später)

Ensemble aus 2 Niveau Systemen

$i=2$

$\downarrow$

$i=1$

dynamische Größen:

S_λ Photonenzahl in Mode λ

$d_\mu = \rho_{2\mu} - \rho_{1\mu}$ Inversion eines Atoms

$\uparrow$

Besetzungswahrsch. des Atoms μ im Zustand 2

Bilanzgleichungen wie in Kap 1

$$\frac{d\rho_{2\mu}}{dt} = w_{12}\,\rho_{1\mu} - w_{21}\,\rho_{2\mu} \underbrace{- d_\mu \sum_\lambda S_\lambda W_{\lambda\mu}}_{\text{ind. Em.}} \overbrace{- \rho_{2\mu} \sum_\lambda W_{\lambda\mu}}^{\text{spon. Emissi}}$$

$$\frac{d\rho_{1\mu}}{dt} = - \frac{d\rho_{2\mu}}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt} d_\mu = \frac{d_0 - d_\mu}{T} - 2 d_\mu \sum_\lambda S_\lambda W_{\lambda\mu} - (1+d_\mu) \sum_\lambda W_{\lambda\mu}}.$$

$$\boxed{\frac{d}{dt} S_\lambda = S_\lambda \sum_\mu W_{\lambda\mu} d_\mu - 2\kappa_\lambda S_\lambda + \frac{1}{2} \sum_\mu (1 + d_\mu) W_{\lambda\mu}}$$

- dies sind $\sum_\lambda + \sum_\mu$ gekoppelte DGL's

$$T = \frac{1}{w_{21} + w_{12}}$$

Übergangs-raten

2.3.3. Lochbrennen

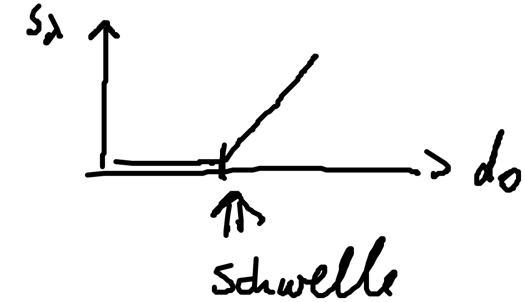
▷ stationäre Lösungen (ohne spon. Emission)

d_0 ← Pumpstärke pro Atom

$$d_\mu = \frac{d_0}{1 + 2T \sum_\lambda S_\lambda W_{\lambda\mu}}$$

Annahme: (1) Laserbetrieb nur wenig oberhalb der Schwelle

$$s_\lambda << \frac{1}{T W_{\lambda\mu}}$$



$$d_\mu \overset{\text{Taylor}}{\approx} d_0 \left(1 - 2T \sum_\lambda s_\lambda W_{\lambda\mu}\right)$$

(a) Spektrales Lochbrennen

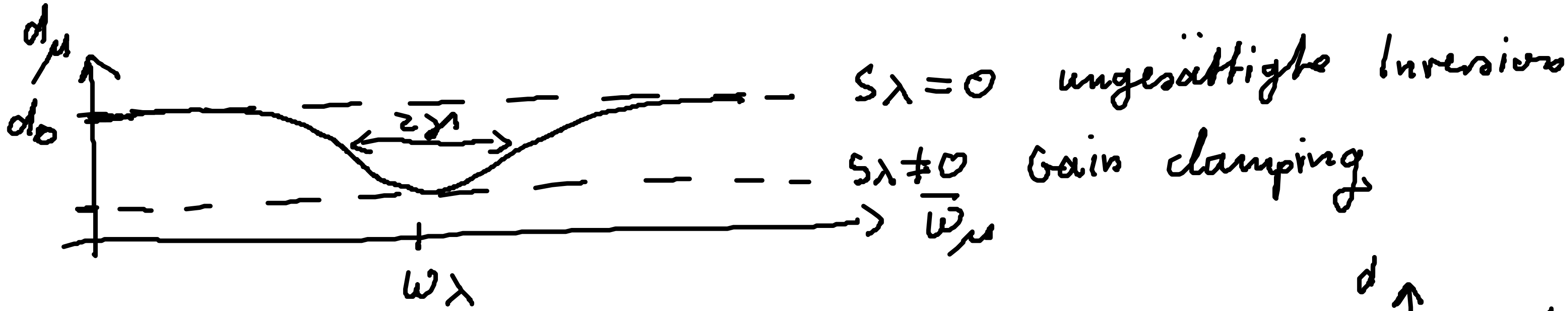
sei $|g_{\lambda\mu}|^2$ ortsunabhängig

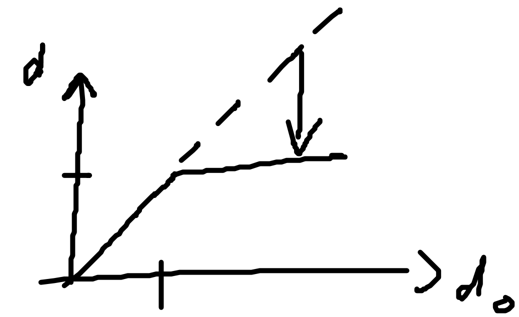
$$d_\mu(\bar{\omega}_\lambda) \approx d_0 \left(1 - 2T \sum_\lambda s_\lambda \frac{2\gamma\,|g_{\lambda\mu}|^2}{\gamma^2 + (\bar{\omega}_\mu - \omega_\lambda)^2}\right)$$

betrachte inhomogen verbreiterte Linie

für eine Mode $S_\lambda \neq 0$

$\bar{\omega}_\mu$ hängt von μ ab
jedes Atom hat andere Frequenz





Lochbrennen in die Linie der
Inversion der einzelnen Atome

Photonengleichung
stationärer Zustand.

$$0 = \left(\sum_\mu W_{\lambda\mu} d_\mu - 2\kappa_\lambda \right) S_\lambda$$

Kontinuumsnäherung

$$\sum_\mu \longrightarrow \int d\bar{\omega}$$

alle Atome

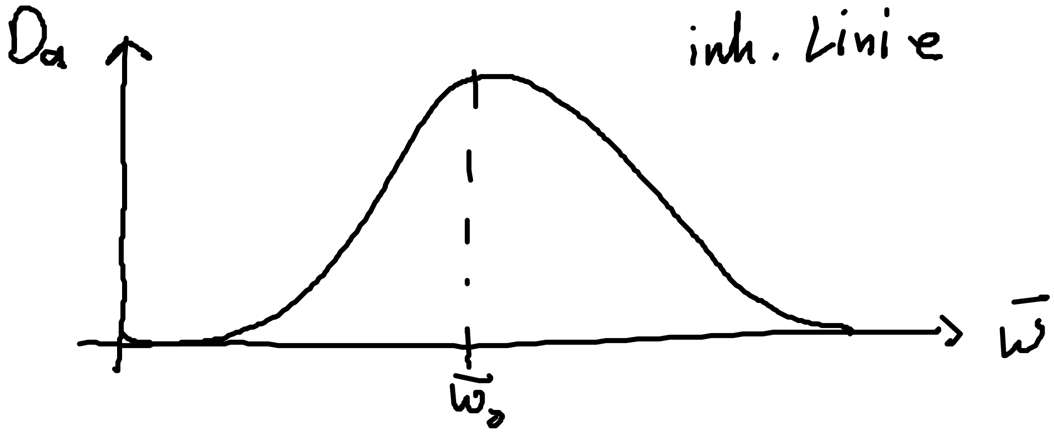
alle Frequenzen

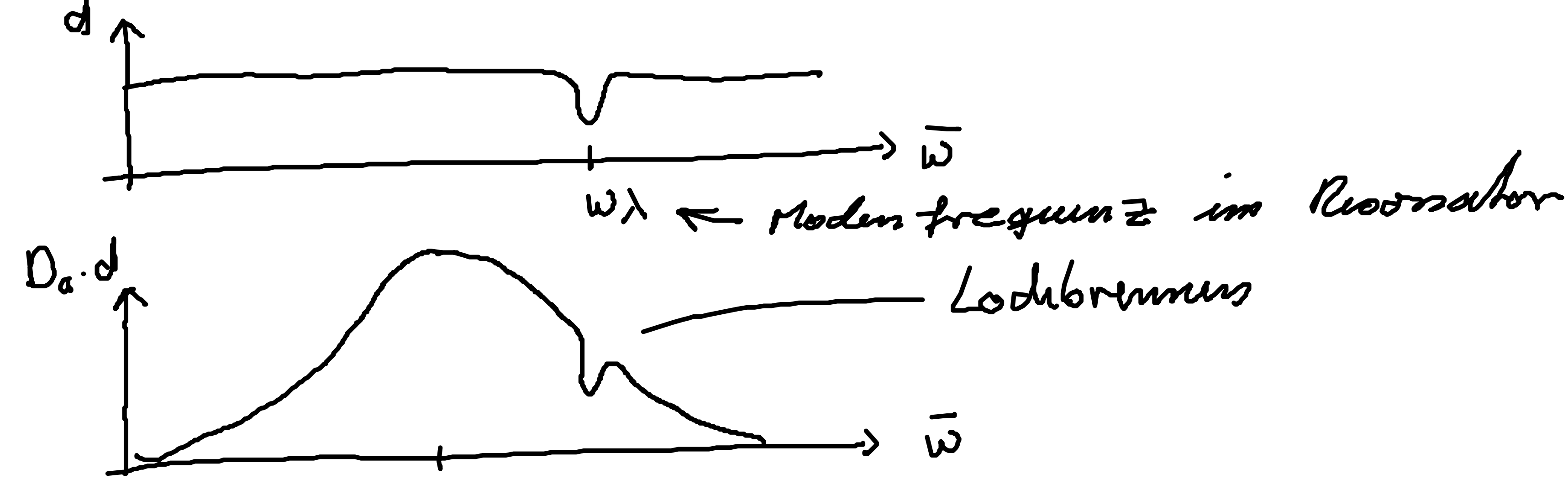
$$d_\mu(\bar{\omega}_\mu) \longrightarrow d(\bar{\omega})$$

Zahl der Atome mit Übergangsfrequenz im Intervall $(\bar{\omega}, \bar{\omega} + d\omega)$

$D_a(\bar{\omega})\,d\bar{\omega}$

$$\sum_\mu W_{\lambda\mu}\, d_\mu \longrightarrow \int \underbrace{W_\lambda(\bar{\omega})\, D_a(\bar{\omega})\, d(\bar{\omega})}_{\text{spektraler Gauss}}\, d\bar{\omega}$$





Spektraler Gain

"$W_\lambda D_a d$" ist am größt

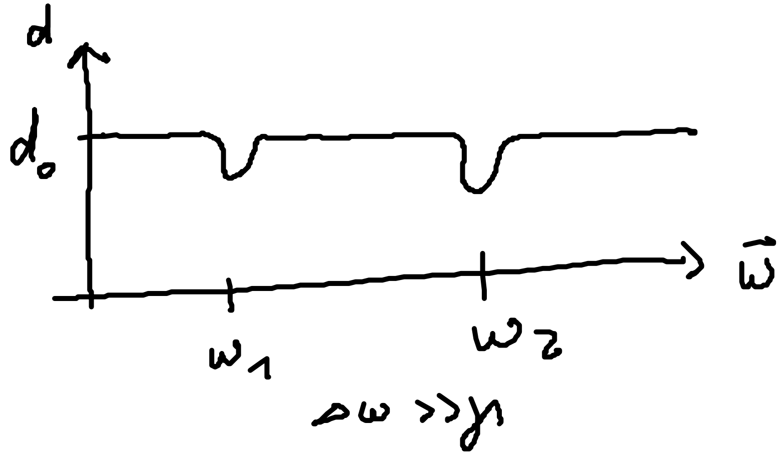
für die Mode ω_λ in der

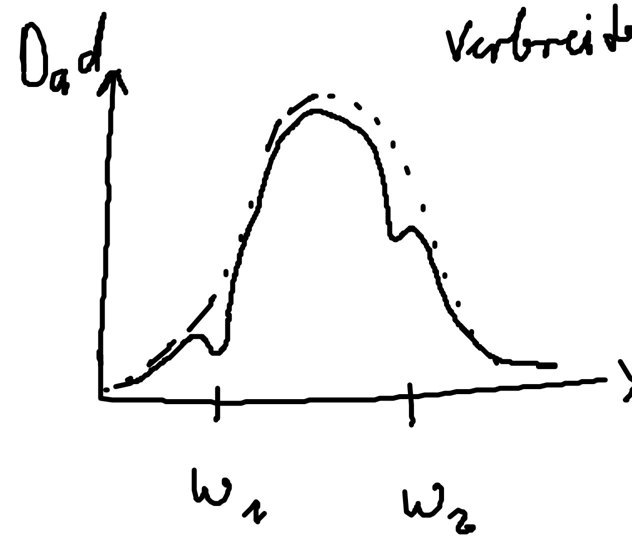
Nähe des Maximums von W

$\Rightarrow$ Gewinn am höchsten für Maximum Gain Mode!

2.3.4. Modenwettbewerb / Modenkoexistenz

(i) $|\omega_2 - \omega_1| \gg \gamma$





$\rightarrow$ beide Moden beeinflussen sich nicht $\Rightarrow$ Modenkoexistenz

(ii) $|\omega_2 - \omega_1| < \gamma$ Modenwettbewerb

Annahme : homogene Lichtverteilung

homogen verbreiterte Linie $\bar{\omega}_\mu = \bar{\omega}_0$

(alle Atome gleich)

$$W_\lambda = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + (\bar{\omega}_0 - \omega_\lambda)^2} |g_\lambda|^2$$

=>

Bilanzgl. :

$$\frac{dS_\lambda}{dt} = \Big(W_\lambda \overbrace{\sum_\mu d_\mu}^{D \text{ Gesamtinversion}} - 2\kappa_\lambda \Big) S_\lambda$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{D_0 - D}{T} - 2D \sum_\lambda S_\lambda W_\lambda$$

nur eine Gl.

da keine inhom

Breite

Stationäre Lösungen

$$(W_\lambda D - 2K_\lambda) S_\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad S_\lambda = 0 \quad \text{oder} \quad D = \frac{2K_\lambda}{W_\lambda}$$

sei $S_\lambda \neq 0$ für $\lambda = 1, 2, \dots$ (*)

$$\Rightarrow D = \frac{2K_2}{W_2} = \frac{2K_1}{W_1} = \frac{2K_\lambda}{W_\lambda} = \dots$$

dies ist nicht für mehrere Moden gleichzeitig erfüllbar (i.a.) !

→ Widerspruch zu (*) ↯

Also: nur für ein λ ist $S_\lambda \neq 0$ und zwar dasjenige, dessen Frequenz der atomaren Zentralfrequenz am nächsten liegt

Modenselektion durch Laserprozess!

Modenkoexistenz möglich falls Photonen der verschiedenen Moden von verschiedenen Atomen kommen.

Bemerkung: Effekte wie Modenkopplung, die von der Phase des Lichtes abhängen können noch nicht beschrieben werden.

→ semiklassische Beschreibung nötig!