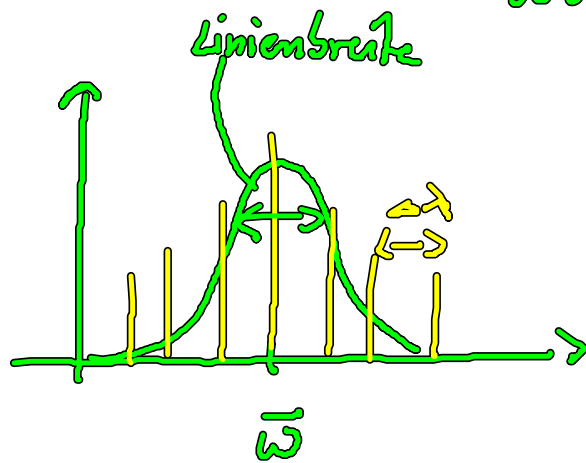


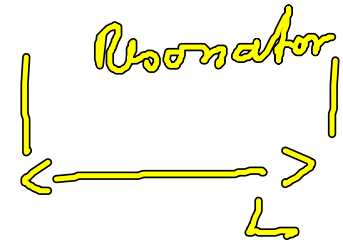
2.3. Vielmoden-Laser

Bisher: Laseremission in eine Mode

Aber: Laseremission kann in alle Resonatormoden erfolgen die innerhalb der atomaren Linienbreite (Gaslaser) des Gain-Spektrums (Halbleiterslaser) liegen.



$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2nL}$$



↑ Übergangsfrequenz im Atom

2.3.1 Mechanismen der Linienverbreiterung

(a) Homogene Verbreiterung

(1) Natürliche Linienbreite γ_0 (endliche Lebensdauer der angeregten Elektronen)

(2) Stoßverbreiterung $\frac{1}{T_2}$

$\hat{=}$ Phasengleichnis $\hat{=}$ dephasing time T_2

- Zerfall der makroskopischen Polarisation durch Stöße der Elektronen / Atome untereinander

→ gesamte Linienbreite $\gamma = \gamma_0 + \frac{1}{T_2}$

(b) Inhomogene Verbreiterung

• Atome unterschiedbar

- $\bar{\omega}$ hängt z.B. vom Ort des Atoms ab, $\bar{\omega}_\mu$

• atomare Frequenzen $\bar{\omega}_\mu$ statistisch verteilt

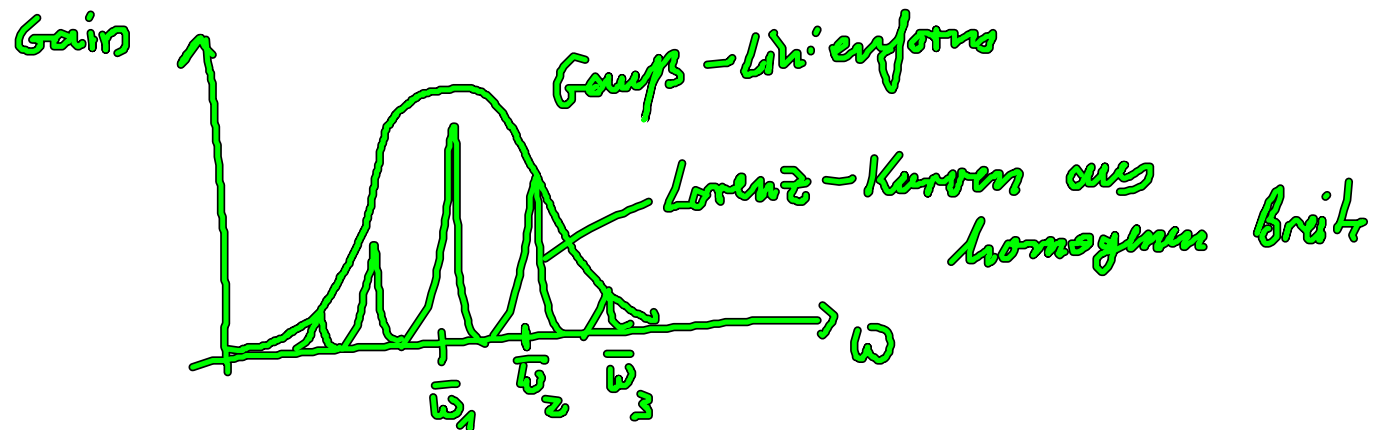
Physikalische Ursachen

- Gaslaser : Dopplerverbreiterung durch thermische Bewegung $(\bar{\omega}_T = \bar{\omega}_0 (1 \mp \frac{v}{c}))$

→ Gauß Linienform

- Festkörperlaser
- inhomogene Gitterverbreiterung

- Quantenpunkt - Laser
verschiedene statistisch verteilte Größen der Quantenpunkte



Voigt-Linienform

2.3.2. Bilanzgleichungen im Vielmodenfall

strahlende Übergangswahrscheinlichkeit

$$W_{\lambda\mu} = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + (\bar{\omega}_\mu - \omega_\lambda)^2} |g_{\lambda\mu}|^2 \quad \text{mit}$$

Modus-
Frequenz

Atom Index

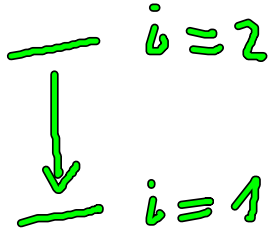
Dipolmoment

Kopplungskonstante $g_{\lambda\mu} := i \underline{\mu} \cdot \underline{e}_\lambda u_\lambda(x_\mu) \sqrt{\frac{\omega_\lambda}{2\epsilon_0 \hbar}}$

(Herleitung später)
Polarisation der Feldmode +
Ortsabhängigkeit $u_\lambda(x)$

Ensemble aus 2 Niveausystemen

..



dynamische Größen:

S_λ Photonenzahl in Mode λ

$d_\mu = \rho_{2\mu} - \rho_{1\mu}$ Inversion eines Atoms



Besetzungswahrsch. des Atoms μ im Zustand 2

Bilanzgleichungen wie in Kap ④

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{2\mu}}{dt} &= \omega_{12} \rho_{1\mu} - \omega_{21} \rho_{2\mu} - d_\mu \underbrace{\sum_\lambda S_\lambda W_{\lambda\mu}}_{\text{ind. Em.}} - \rho_{2\mu} \underbrace{\sum_\lambda W_{\lambda\mu}}_{\text{Spont. Emitt.}} \\ \frac{d\rho_{1\mu}}{dt} &= - \frac{d\rho_{2\mu}}{dt} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt} d_\mu = \frac{d_0 - d_\mu}{T} - 2 d_\mu \sum_\lambda S_\lambda W_{\lambda\mu} - (1 + d_\mu) \sum_\lambda W_{\lambda\mu}}$$

$$\frac{d}{dt} S_\lambda = S_\lambda \sum_{\mu} W_{\lambda\mu} d_\mu - 2\kappa_\lambda S_\lambda + \frac{1}{2} \sum_{\mu} (1 + d_\mu) W_{\lambda\mu}$$

• dies sind $\sum_{\lambda} + \sum_{\mu}$ gekoppelte DBL's

$$T = \frac{1}{\omega_{21} + \omega_{12}}$$

↑
Übergangs-
raten

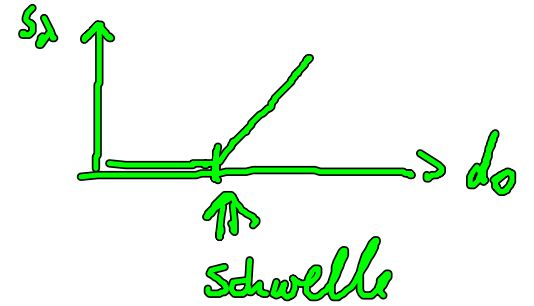
2.3.3. Lodi brennen

▷ stationäre Lösungen (ohne spont. Emission)
 d_0 ← Pumpstärke pro Atom

$$d_\mu = \frac{d_0}{1 + 2T \sum_{\lambda} S_\lambda W_{\lambda\mu}}$$

Annahme: ① Laserbetrieb nur wenig oberhalb der Schwelle

$$s_\lambda \ll \frac{1}{T \omega_{\lambda\mu}}$$



Taylor

$$d_\mu \approx d_0 \left(1 - 2T \sum_\lambda s_\lambda \omega_{\lambda\mu} \right)$$

(a) Spektrales Linienelement

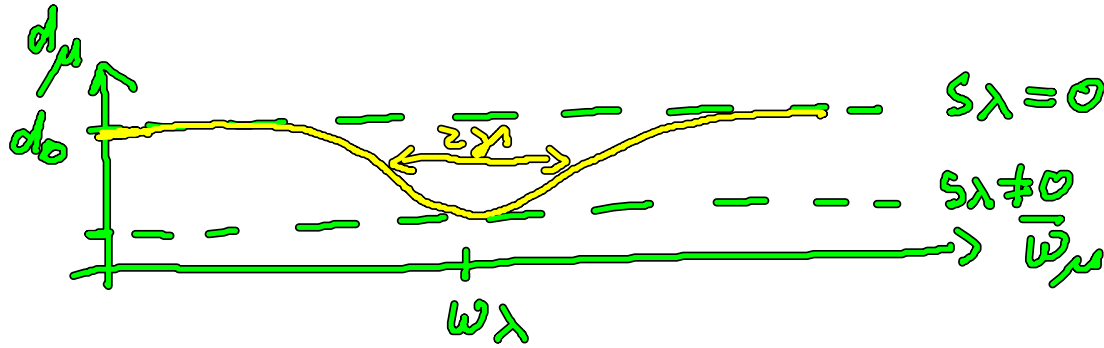
sei $|g_{\lambda\mu}|^2$ ortsunabhängig

$$d_\mu(\bar{\omega}_\lambda) \approx d_0 \left(1 - 2T \sum_\lambda s_\lambda \frac{2\gamma_\mu |g_{\lambda\mu}|^2}{\gamma_\mu^2 + (\bar{\omega}_\mu - \omega_\lambda)^2} \right)$$

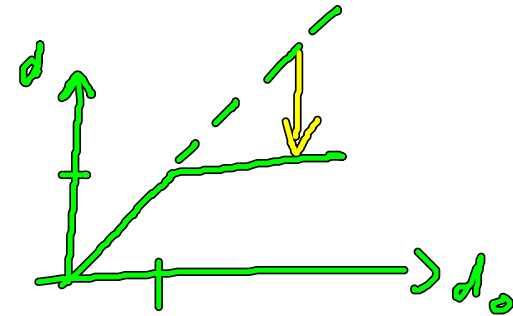
betrachte inhomogen verbreiterte Linie

für eine Mode $S_\lambda \neq 0$

$\bar{\omega}_\mu$ hängt von μ ab
jedes Atom hat andere Frequenz



$S_\lambda = 0$ ungesättigte Inversion
 $S_\lambda \neq 0$ Gain clamping



Ladungsbremmen in die Linie der
Inversion der einzelnen Atome

Photonengleichung

stationärer Zustand.

$$0 = \left(\sum_{\mu} \omega_{\lambda\mu} d_{\mu} - 2\kappa_{\lambda} \right) S_{\lambda}$$

Kontinuumnäherung

$$\sum_{\mu} \rightarrow \int d\bar{\omega}$$

alle Atome

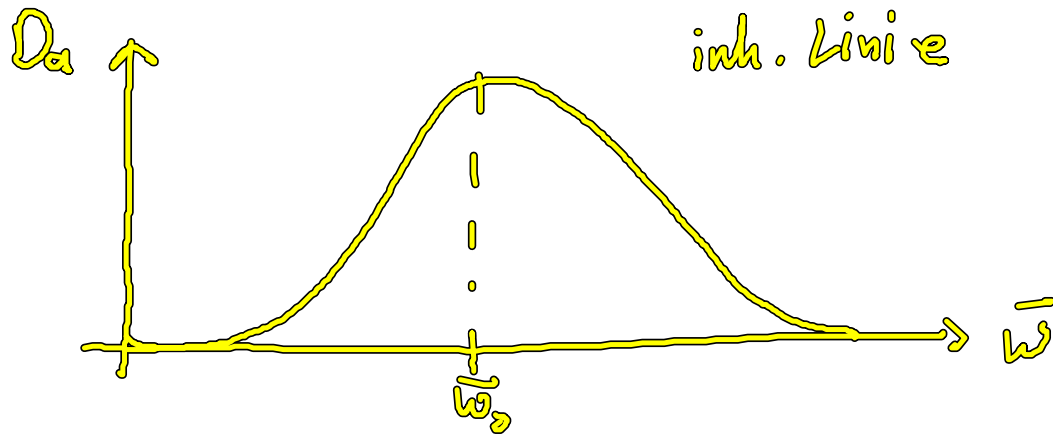
alle Frequenzen

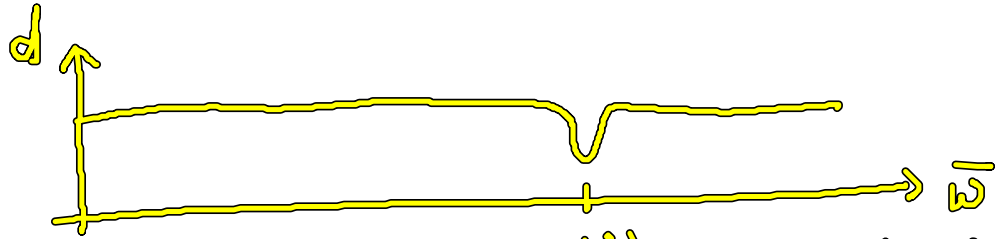
$$d_{\mu}(\bar{\omega}_{\mu}) \rightarrow d(\bar{\omega})$$

Zahl der Atome mit Übergangsfrequenz im Intervall $(\bar{\omega}, \bar{\omega} + d\bar{\omega})$

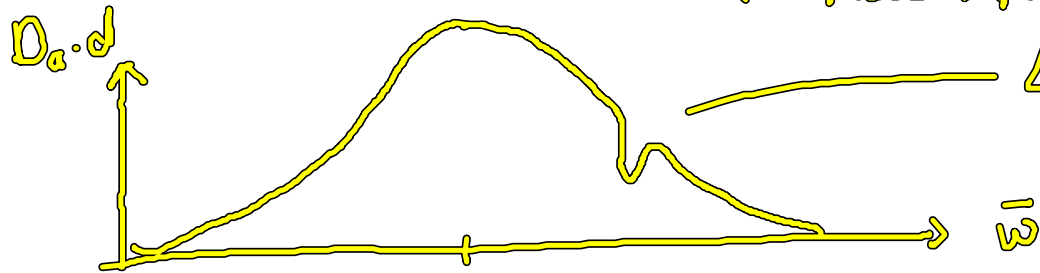
$$D_a(\bar{\omega})d\bar{\omega}$$

$$\sum_{\mu} W_{\lambda\mu} d_{\mu} \rightarrow \underbrace{\int W_{\lambda}(\bar{\omega}) D_a(\bar{\omega}) d(\bar{\omega}) d\bar{\omega}}_{\text{Spektraler Gewinn}}$$

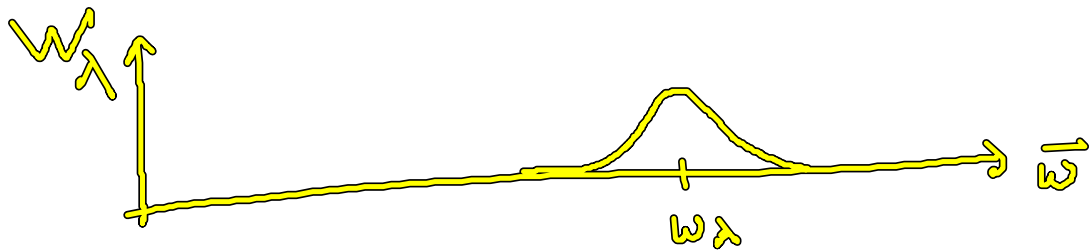




$\omega_\lambda \leftarrow$ Modenfrequenz im Resonator



Leuchtbereich

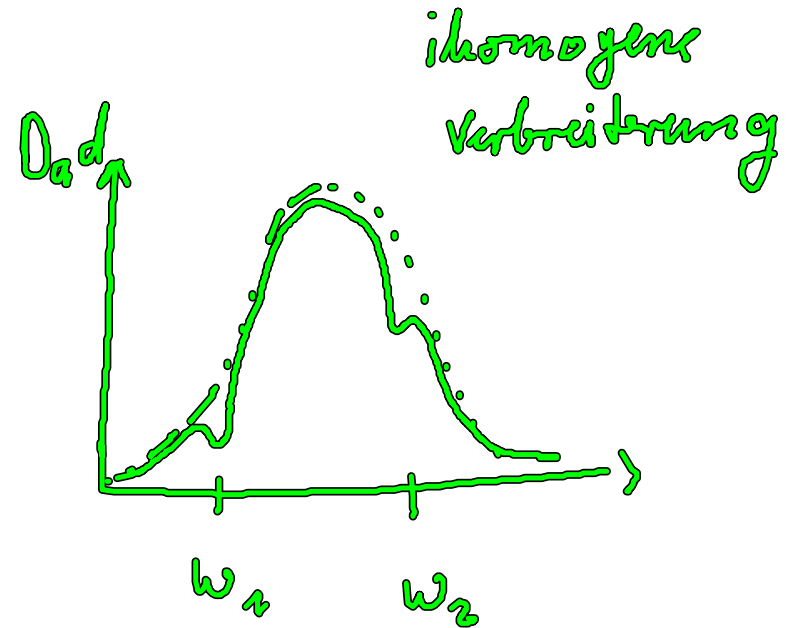
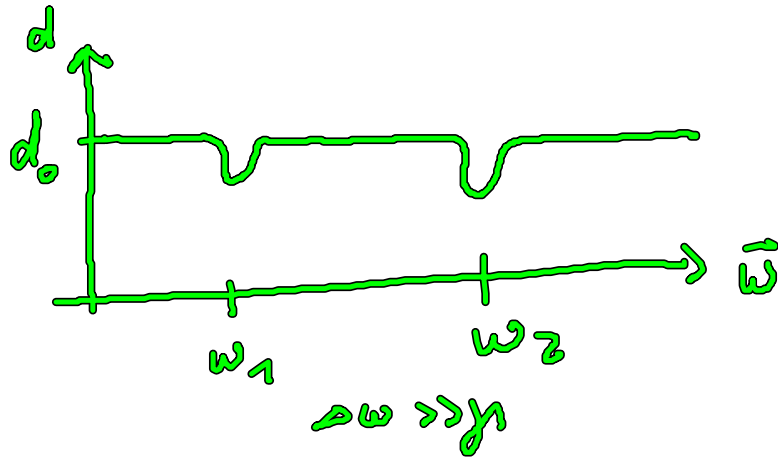


Spektraler Gewinn
 " $\omega_\lambda D_0 d$ " ist am größten
 für die Mode ω_λ in der
 Nähe des Maximums von $D_0 d$

\Rightarrow Gewinn am höchsten für Maximum Gewinn Mode!

2.3.4. Modenwettbewerb / Modenkoeexistenz

(i) $|\omega_2 - \omega_1| \gg \gamma$



→ beide Moden beeinflussen
sich nicht ⇒
Modenkoeexistenz

(ii) $|\omega_2 - \omega_1| < \gamma$

Modenwettbewerb

Annahme 8 homogene Lichtverteilung
homogen verteilte Linien

$\bar{\omega}_\mu = \bar{\omega}_0$
(alle Atome gleich)

$$W_\lambda = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + (\bar{\omega}_0 - \omega_\lambda)^2} |\dot{g}_\lambda|^2$$

\Rightarrow Bilanzgl.:

$$\frac{dS_\lambda}{dt} = \left(W_\lambda \underbrace{\sum_\mu d_\mu}_D \text{ Gesamtdiversions} - 2k_\lambda \right) S_\lambda$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{D_0 - D}{T} - 2D \sum_\lambda S_\lambda W_\lambda$$

\uparrow
nur eine Gl.
da keine inh.
Breite

Stationäre Lösungen

$$(w_\lambda D - 2k_\lambda) S_\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad S_\lambda = 0 \quad \text{oder} \quad D = \frac{2k_\lambda}{w_\lambda}$$

Sei $S_\lambda \neq 0$ für $\lambda = 1, 2, \dots$ $\textcircled{8}$

$$\Rightarrow D = \frac{2k_2}{w_2} = \frac{2k_1}{w_1} = \frac{2k_\lambda}{w_\lambda} = \dots$$

dies ist nicht für mehrere Modus gleichzeitig erfüllbar (i.a.)!

\rightarrow Widerspruch zu $\textcircled{8}$ \downarrow

Also: nur für ein λ ist $S_\lambda \neq 0$ and zwar

dasjenige, dessen Frequenz der atomaren Zentralfrequenz am nächsten liegt

Modenselektion durch Laserprozess!

Modenkoexistenz möglich falls Photonen der verschiedenen Moden von verschiedenen Atomen kommen.

Bemerkung - : Effekte wie Modenkopplung, die von der Phase des Lichts abhängen können noch nicht beschrieben werden.

→ semiklassische Beschreibung nötig! ▽