

Bilanzgleichung für HL-Laser

Photonendichte:

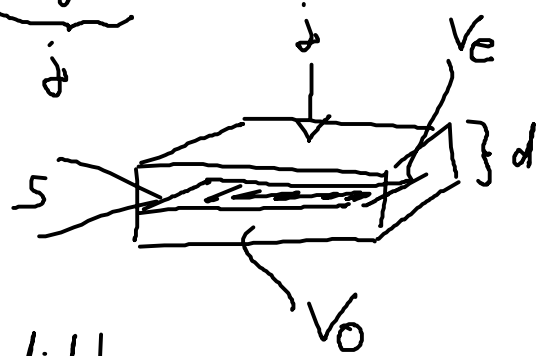
$$\frac{dS}{dt} = \Gamma g_0 (n - n_0) V_0 S - 2\kappa S + \beta \Gamma n p B^s \quad (7)$$

Elektronendichte im Leitungsband

$$\frac{dn}{dt} = -g_0 (n - n_0) V_0 S + \underbrace{\tilde{j}/e_0 d}_{j} - n p B^s \quad (8)$$

\tilde{j} : Stromdichte

$n - p = N_0^*$ effektive Dotierungsdichte



Fixpunkte:

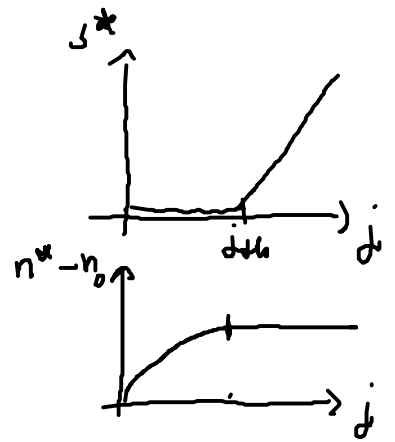
$$(7) \rightarrow 0 = (g_0 \Gamma V_0 (n^* - n_0) - 2\kappa) S + \beta \Gamma n p B^s$$

$$n^* - n_0 = \frac{1}{g_0 \Gamma V_0} \left(2\kappa - \frac{\beta n p B^s}{S} \right)$$

$$(8) \rightarrow S^* = \frac{n p B^s - j}{-g_0 (n^* - n_0) V_0} =$$

$$7'' \rightarrow 8' \quad S^* = \frac{\Gamma}{-2\kappa} (\beta^s n_p - j - \beta n_p \beta^s)$$

$$= \frac{\Gamma}{2\kappa} (j - j_{th})$$



Schwellstrom

$$j_{th} = \beta^s n_p (1 - \beta)$$

Schwellenloser Laser für $\beta = 1$ (Bsp. Nanocavity Laser)

Teil der spontan
in die Lasermode emitt. Lichtes

→ Gleichung 7, 8 sind ähnelnd dem 2-Niveau Atom Laser

Unterschied: Injektionsstrom (Licht modulierbar)

• Zeitkonstantentrennung weiterhin zwischen

Photonenlebensdauer $(2\kappa)^{-1}$

Elektronenlebensdauer
bzgl. spon. Emission

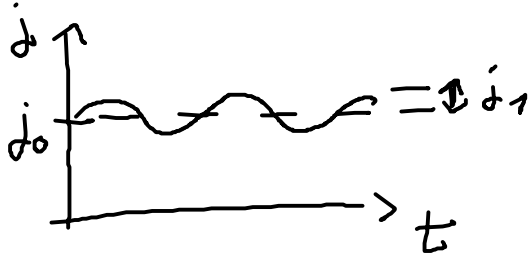
$$\tau_{sp} = (\beta n)^{-1}$$

- nicht betrachtet: - nichtstrahlende Verluste
 → zusätzliche Verlustrate in DGL für n oder p
- Abweichung vom G-B in den Bändern
 → gain compression
- Abweichung vom linearen Gain durch "state-filling" in den Bändern
 $g_0 \rightarrow \frac{g_0'}{1 + \epsilon S}$ → Gain Sättigung

2, 3, 4.

Modulationsresponse - Klein signalantwort

- Fähigkeit des Lasers einer externen Modulation zu folgen



$$j_1 \ll j_0$$

$$j = j_0 + j_1 e^{i\omega t}$$

Frage: Wie reagiert der Laser?

Antwort: Ergebnisse der Stabilitätsanalyse nutzen

Jakobimatrix A: $\frac{dS}{dt} = F_1(S, n)$
 $\frac{dn}{dt} = F_2(S, n)$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial n} & \frac{\partial F_1}{\partial S} \\ \frac{\partial F_2}{\partial n} & \frac{\partial F_2}{\partial S} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -g_0 S^* - (2\tilde{n} - N_b) \tilde{\beta}_1 - 2\kappa & \dots \\ \Gamma g_0 S^* & 0 \end{pmatrix}$$

(siehe 2.1.3)

komplexe Eigenwerte von A:

$$\omega_{RO}^2 = \det A - \gamma^2$$

↑
 Frequenz der RO

↑
 Dämpfungsrate

kleine γ :

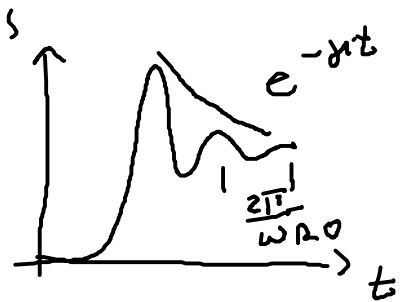
$$\approx \det A = g_0 \Gamma (j - j\omega_0) = \omega_0^2$$

↑
 ungedämpft
 Frequenz

$$\gamma = -\frac{\text{tr} A}{2} = \frac{g_0 \Gamma}{4\kappa} (j - j\omega_0) + \text{const}$$

$$= K \omega_0^2 + \text{const}$$

↑
 K-Faktor wird oft
 bestimmt aus ω_{RO}^2 und γ
 $\mu \approx K \omega_{RO}^2 + \text{const}$



Analogie

zum linearen gedämpften Oszillator, Schwingung
 um Fixpunkt S^*

$$\delta \tilde{S}(t) = S(t) - S^*$$

umformen von $\begin{pmatrix} \dot{\tilde{s}} \\ \ddot{\tilde{s}} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \tilde{s} \\ \dot{\tilde{s}} \end{pmatrix}$ in DGL 2. Ordnung

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad 0 &= \ddot{\tilde{s}} - \text{tr} A \dot{\tilde{s}} + \det A \tilde{s} \\ &= \ddot{\tilde{s}} + 2\gamma \dot{\tilde{s}} + \omega_0^2 \tilde{s} \end{aligned}$$

mit Modulation

$$\frac{\Gamma \omega_0^2 j_1 e^{i\omega t}}{2R} = \ddot{\tilde{s}} + 2\gamma \dot{\tilde{s}} + \omega_0^2 \tilde{s} \quad (\otimes)$$

folgt aus Bedingung bei $t=0$

$$\begin{aligned} (\otimes) \text{ bei } t=0: \quad \frac{\Gamma j_1}{2R} &= \dot{\tilde{s}} \\ \text{aus steady state Bedingung} \rightarrow S(t=0) &= \frac{\Gamma(j_0 + j_1 - j_0)}{2R} \\ &= S^* + \dot{\tilde{s}} \end{aligned}$$

Lösungsansatz für (\otimes)

$$\tilde{s}(t) = S_1 e^{i\omega t}$$

$$\rightarrow S_1(\omega) = \frac{j_1 / (2R\Gamma) \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega}$$



komplexe Zahl

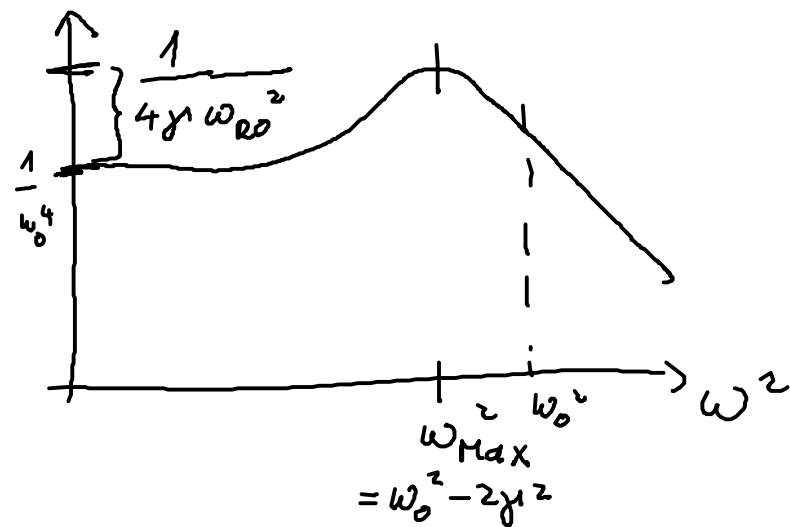
S_1 : Modulationstransferfunktion

Bei Messung der Laserantwort wird Intensität gemessen: $\rightarrow S_1(\omega)$ umschreiben auf Polarkoordinaten

$$S_1(\omega) = |S_1| e^{i\theta}$$

$$S_1^2(\omega) = \frac{j_1^2}{(\pi \cdot 2k)^2} \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} \quad (*2)$$

$$\frac{S_1^2(\omega) (2k)^2}{j_1^2 \omega_0^2 \pi^2}$$



$$\omega_0^2 = \underbrace{\omega_{R0}^2 + \gamma^2}$$

aus
Einschaltverhalten
bekannt

$$\text{Maximum: } \frac{\partial |S_1|}{\partial \omega} = 0$$

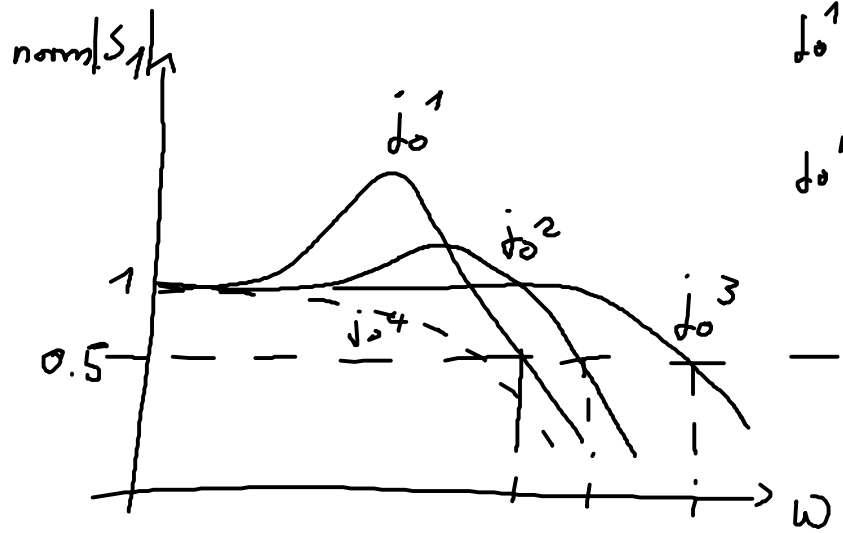
$$\rightarrow \omega_{\max}^2 = -2\gamma^2 + \omega_0^2$$

Resonanzüberhöhung: $\frac{|S_1(\omega_{\max})|}{|S_1(0)|} = \frac{\omega_0^2}{2\gamma\omega_{R0}} \approx \frac{\omega_{R0}}{2\gamma}$

große Dämpfung \rightarrow kleines Max
großer Strom \rightarrow Kurve verflacht

$$\gamma_1 \sim (j - j\omega_0)$$

$$\omega_0 \sim \sqrt{(j - j\omega_0)}$$



$$j\omega_0^1 < j\omega_0^2 < j\omega_0^3$$

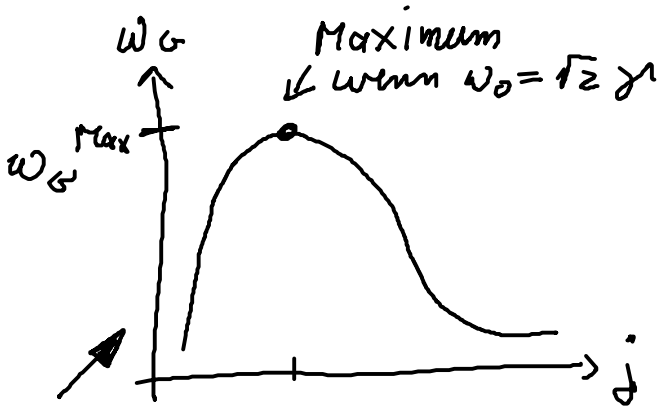
$$j\omega_0^4 \gg j\omega_0^3$$

$$\omega_G = \omega_{3dB}$$

Grenzfrequenz

Grenzfrequenz gegeben durch $|S_1|(\omega_G) = \frac{1}{2} |S_1|(0)$

mit (*) $\Rightarrow \omega_G(j)^2 = -2\gamma^2 + \omega_0^2 + \sqrt{[2\gamma^2 - \omega_0^2]^2 + 3\omega_0^4}$

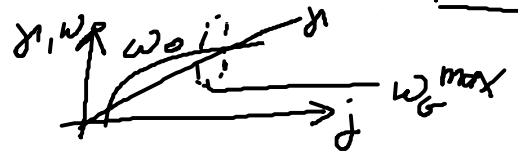


für lineare Dämpfung

$$\gamma \sim (j - j\omega_0)$$

existiert maximale Grenzfrequenz ω_G^{max} an dem Punkt ω_0 $\omega_0^2 = 2\gamma^2$

Grenzfrequenz als Funktion des Pumpstroms wenn $\gamma \sim (j - j\omega_0)$
 $\omega_0 \sim (j - j\omega_0)$



- für kleine Dämpfung gilt: $\omega_G^2(j) = 3\omega_0^2(j)$

- Vernachlässigte Effekte:
 - Parasitäre Kapazitäten im Stromkreis und Transporteffekte im HL verfälschen die Messung
 - Gain Compression $\partial g/\partial s \neq 0$
 - Gain Sättigung $\partial g/\partial n \neq 0$
 - > zusätzliche Terme in A
 - Puls im Allgemeinen kein Sinus -> Reaktion des vollen Lasersystems kann abweichen

Bemerkungen:

• K Faktor enthält auch alle Information über die Modulationsresponse des Lasers aber immer ω_{R0} und γ gemischt ($\gamma = K\omega_0 + \text{const.}$)

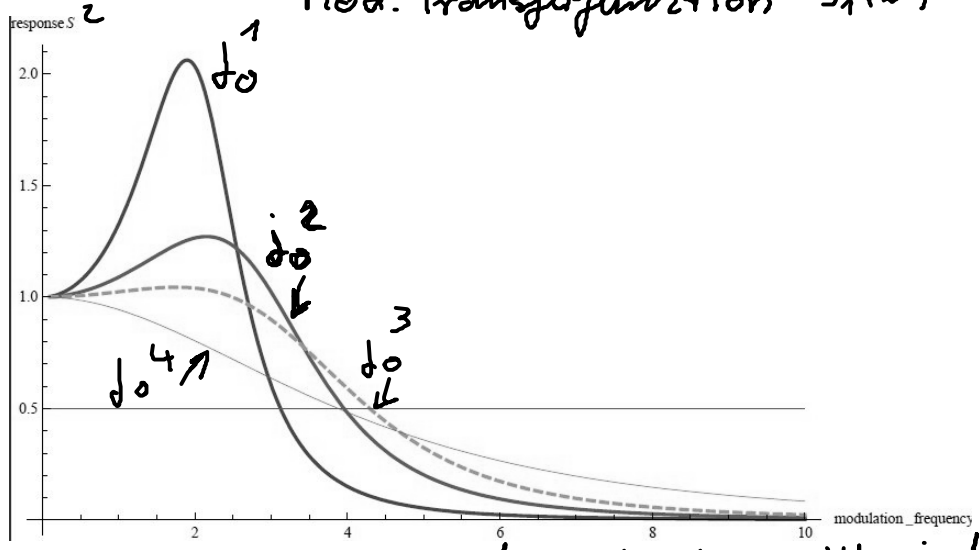
• ω_G^{max} charakterisiert ^{ebenfalls} den Laser, also seine Fähigkeit einer Modulation zu folgen, Information über γ, ω_{R0} nicht zurückzugewinnen

• Maximum der Modulationsresponse vermischt ebenfalls γ & ω_{R0} (für γ klein kann ω_{R0} & γ bestimmt werden)

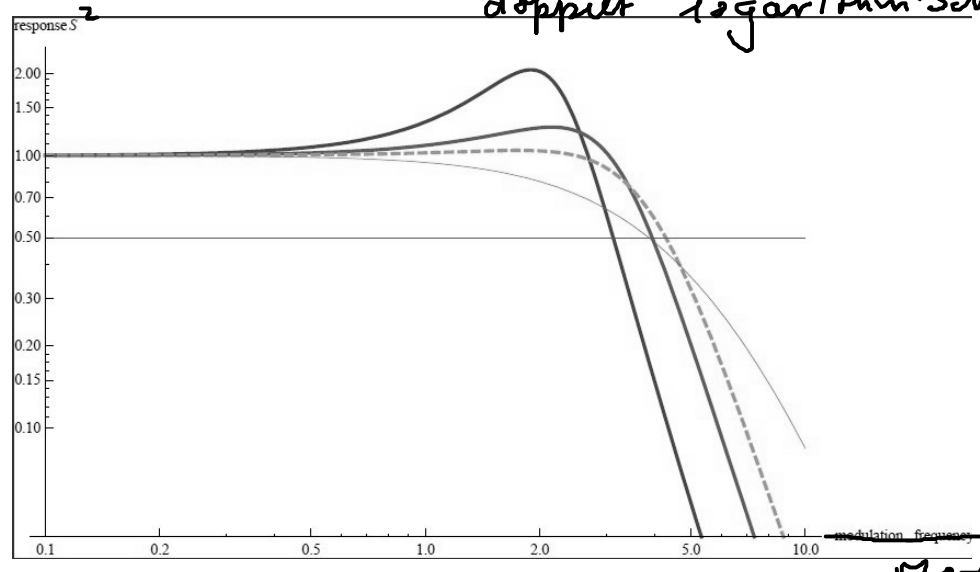
• beste Charakterisierung des Lasers durch stromabhängige Messung des Turn-on $\gamma(j)$
 $\omega_{R0}(j)$ bestimmbar

Nachtrag Bilder: Mod. Transferfunktion $S_1(\omega)^2$

- $\omega_0^1 = 2 \text{ kHz}$
- $\omega_0^2 = 3 \text{ kHz}$
- $\omega_0^3 = 4 \text{ kHz}$
- $\omega_0^4 = 10 \text{ kHz}$

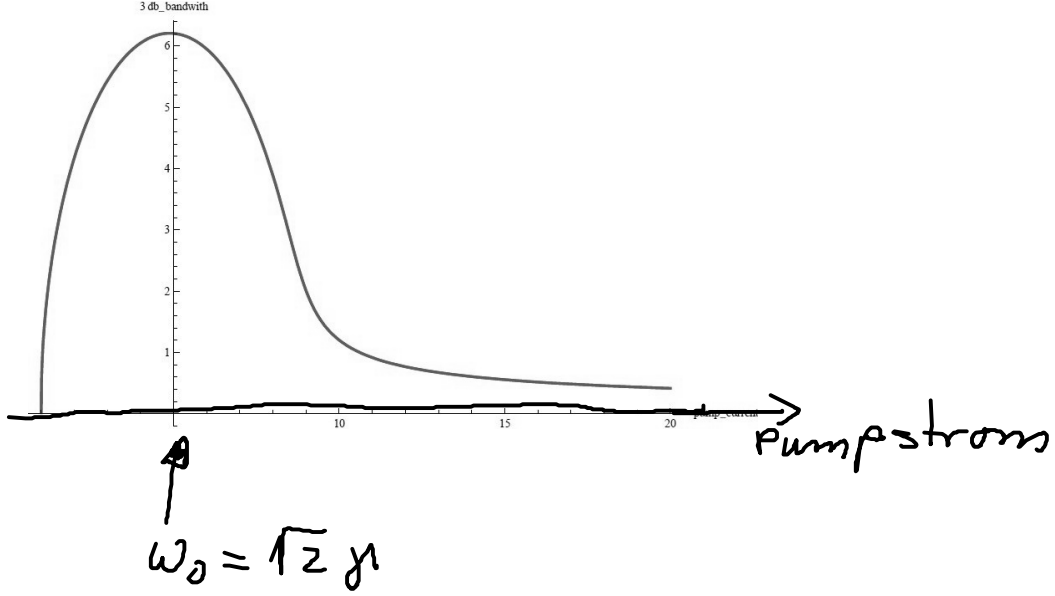


doppelt logarithmische Darstellung



Modulationsfrequenz ω

3dB Grenzfrequenz



Termin:
VL vom 6.6. wird auf
11.6. verschoben