

Prof. Dr. Andreas Knorr,
 Alexander Carmele, Stefan Fruhner, Ken Lichtner, Helge Neitsch, Andrea Vüllings,
 Sarah Loos, Anke Zimmermann

5. Übungsblatt – Mathematische Methoden in der Physik

Abgabe: Mo. 04.06.2012 bis 10:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 14 (11 Punkte): Krummlinige Koordinaten

Als Verallgemeinerung zu Kugelkoordinaten definieren wir Ellipsoidkoordinaten (R, φ, ϑ) durch

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aR \cos \varphi \sin \vartheta \\ bR \sin \varphi \sin \vartheta \\ cR \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

wobei (x, y, z) die kartesischen Koordinaten bezeichnen und $\varphi \in [0, 2\pi)$, $\vartheta \in [0, \pi)$, $R \geq 0$.

- Zeigen Sie, dass $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = R^2$ gilt. Interpretieren Sie diesen Ausdruck.
- Berechnen Sie die Einheitsvektoren für Ellipsoidkoordinaten.
- Unter welcher Bedingung sind Kugelkoordinaten und Ellipsoidkoordinaten identisch? Geben Sie die Einheitsvektoren für Kugelkoordinaten an.
- Vergleichen Sie die Skalarprodukte der Basisvektoren für Kugelkoordinaten mit denen der Basisvektoren für Ellipsoidkoordinaten.
- Zeigen Sie, dass die kinetische Energie $T(t) = \frac{m}{2} \dot{\mathbf{r}}(t) \cdot \dot{\mathbf{r}}(t)$ in Kugelkoordinaten gegeben ist durch $T(R, \dot{R}, \varphi, \dot{\varphi}, \vartheta, \dot{\vartheta}) = \frac{m}{2} \left(\dot{R}^2 + \dot{\varphi}^2 R^2 \sin^2 \vartheta + \dot{\vartheta}^2 R^2 \right)$.

Aufgabe 15 (9 Punkte): Deltafunktion und magnetischer Dipol

Die Stromdichte in einem Kreisleiter mit Radius a (Umfang $L \equiv 2\pi a$) sei in Kugelkoordinaten gegeben als

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = j_\varphi(\mathbf{r}) \mathbf{e}_\varphi(\mathbf{r}) = J \delta(\cos \theta) \delta(r - a) \mathbf{e}_\varphi.$$

- Skizzieren Sie die Stromdichte in einem Koordinatensystem, indem Sie sich die Bedeutung der δ -Funktion klar machen. Zeichnen Sie die Stromrichtung mit ein.
- Zeigen Sie, dass die Relation

$$\delta(f(x)) = \sum_{x_0} |f'(x_0)|^{-1} \delta(x - x_0) \quad \text{mit} \quad f \in C^1, f(x_0) = 0, f'(x_0) \neq 0.$$

gilt.

Hinweis: Zeigen Sie dazu, dass gilt

$$\int \phi(x) \delta(f(x)) dx = \sum_{x_0} \int_{x_0 - \epsilon}^{x_0 + \epsilon} \phi(x) \delta(f(x)) dx$$

und entwickeln Sie die Funktion $f(x)$ in eine Taylorreihe.

Bitte Rückseite beachten! →

5. Übung TPI WS11

- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe von (b) die Größe J aus der Stromstärke $I = \frac{1}{L} \int_V j_\varphi(\mathbf{r}) d^3r$ durch Integration über das Volumen V des Leiters.

Hinweis: In Kugelkoordinaten gilt $d^3r = R^2 \sin \vartheta dR d\varphi d\vartheta$.

- (d) Berechnen Sie das magnetische Dipolmoment \mathbf{m} und das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ aus den Gleichungen

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad \text{mit} \quad \mathbf{m} \equiv \frac{1}{2} \int_V \mathbf{r}' \times \mathbf{j}(\mathbf{r}') d^3r'$$

indem Sie die vorgegebene Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ einsetzen.

Vorlesung: Do um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Aktuelles:

- Teilnehmer aus Tutorien, die auf den Pfingstmontag fallen, werden gebeten sich auf einen der Termine vom 24.5. – 30.5. selbstorganisiert aufzuteilen.
- Das Tutorium am 6.6. fällt aus. Bitte nehmen Sie einen der Termine vom 31.5. – 5.6. wahr.
- Die Sprechstunden am 1.6. wurden verschoben. Ersatztermine sind
 - Di 14–16 Uhr EW 627
 - Do 11–12 Uhr EW 060

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Aktive Teilnahme am Tutorium
- Bestandene Klausur

Literatur zur Lehrveranstaltung: Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Andreas Knorr	Di	13:00–13:40 Uhr	EW 742	24255
Alexander Carmele	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 703	23764
Stefan Fruhner	Fr	13:30–14:30 Uhr	EW 627/28	27681
Ken Lichtner	Di	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Helge Neitsch	Mi	11:00–12:00 Uhr	EW 269	28852
Andrea Vüllings	Do	16:30–17:30 Uhr	EW 632	22088
Anke Zimmermann	Do	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143
Sarah Loos	Fr	10:00–11:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:

<http://www.tu-berlin.de/?id=116153>.