

Prof. Dr. Andreas Knorr,
 Alexander Carmele, Stefan Fruhner, Ken Lichtner, Helge Neitsch, Andrea Vüllings,
 Sarah Loos, Anke Zimmermann

6. Übungsblatt – Mathematische Methoden in der Physik

Abgabe: Mo. 11.06.2012 bis 10:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 16 (7 Punkte): Nabla Operator

- (a) Es sei \mathbf{A} ein Vektorfeld und Φ ein Skalarfeld. Die Felder sind hinreichend oft stetig differenzierbar. Wählen und beweisen Sie zwei der folgenden Identitäten:

$$\begin{aligned}(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{A} &= \frac{1}{2}\nabla\mathbf{A}^2 - \mathbf{A} \times \text{rot}\mathbf{A} \\ \text{div}(\Phi\mathbf{A}) &= \text{grad}\Phi \cdot \mathbf{A} + \Phi \text{div}\mathbf{A} \\ \text{rot}(\Phi\mathbf{A}) &= \text{grad}\Phi \times \mathbf{A} + \Phi \text{rot}\mathbf{A}.\end{aligned}$$

Verwenden Sie dabei kartesische Koordinaten, die Komponentenschreibweise und den ϵ -Tensor (Definition siehe ÜB4 Aufg.13).

- (b) Berechnen Sie ∇r sowie, für $r \neq 0$, $\nabla(1/r)$ und $\Delta(1/r)$, wobei $r = |\mathbf{r}|$ und $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$.
- (c) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld $\mathbf{A} = (2x + y, x, 2z)^T$ konservativ ist und bestimmen Sie ein Potential ϕ mit $\mathbf{A} = -\nabla\phi(\mathbf{r})$.

Aufgabe 17 (13 Punkte): Differentialoperatoren in krummlinigen Koordinaten

In der Vorlesung wurden der Gradient, die Rotation und die Divergenz in beliebigen Koordinaten eingeführt.

- (a) Stellen Sie den Gradienten, die Divergenz und die Rotation in Kugelkoordinaten dar.
- (b) Bestimmen Sie nun die Gradienten ∇r und $\nabla f(r)$, einer Funktion $f(r)$, in Kugelkoordinaten mit $r = |\mathbf{r}|$.

Das Potenzial eines Dipols ist durch $U(r, \vartheta) = \frac{p \cos(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ gegeben. Hierbei sind p und ϵ_0 Konstanten und ϑ ist der Polarwinkel.

- (c) Berechnen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E} = -\nabla U$.
- (d) Mit welcher Potenz nimmt $|\mathbf{E}|$ mit dem Abstand vom Dipol ab und für welche Winkel ϑ ist $|\mathbf{E}|$ minimal bzw. maximal?

Gegeben sei die Gravitationskraft

$$\mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = -\gamma \frac{mM}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r},$$

mit den Massen m und M , der Gravitationskonstanten γ , dem Ortsvektor $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ und seinem Betrag $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

- (e) Zeigen Sie, dass $\mathbf{F}_G(\mathbf{r})$ ein Gradientenfeld ist. Da Gradientenfelder wirbelfrei sind, muss die Rotation verschwinden, d.h. $\text{rot } \mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = 0$.
- (f) Zeigen Sie, dass $U(r) = -\gamma mM \frac{1}{r} + C$ ein Potential von $\mathbf{F}_G(\mathbf{r})$ ist und plotten Sie U mit einem Programm ihrer Wahl in einem 3D Plot (x, y, U) für feste Werte von z (z.B. $z = -1, 0, 1$) und interpretieren Sie Ihre Lösung. Setzen Sie für die Plots die Konstante C gleich 0.

6. Übung TPI WS11

Vorlesung: Do um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Aktuelles:

- Die Klausur findet am Freitag, den 6. Juli 2012 von 10:00 – 12:00 Uhr im Raum ER 270 statt.
- Der Termin der Nachklausur ist Freitag, der 13.07.2012 von 10:00 - 12:00 Uhr im Raum ER 270.
- Das Tutorium am 6.6. fällt aus. Bitte nehmen Sie einen der Termine vom 31.5. – 5.6. wahr.
- Die Sprechstunden am 7.6. von Andrea wird auf den 11.6. (16:30-17:30, EW 632) verschoben.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Aktive Teilnahme am Tutorium
- Bestandene Klausur

Literatur zur Lehrveranstaltung: Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Andreas Knorr	Di	13:00–13:40 Uhr	EW 742	24255
Alexander Carmele	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 703	23764
Stefan Fruhner	Fr	13:30–14:30 Uhr	EW 627/28	27681
Ken Lichtner	Di	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Helge Neitsch	Mi	11:00–12:00 Uhr	EW 269	28852
Andrea Vüllings	Do	16:30–17:30 Uhr	EW 632	22088
Anke Zimmermann	Do	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143
Sarah Loos	Fr	10:00–11:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:

<http://www.tu-berlin.de/?id=116153>.