

Prof. Dr. Andreas Knorr,
 Alexander Carmele, Stefan Fruhner, Ken Lichtner, Helge Neitsch, Andrea Vüllings,
 Sarah Loos, Anke Zimmermann

9. Übungsblatt – Mathematische Methoden in der Physik

Abgabe: Mo. 02.07.2012 bis 10:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Bonusaufgabe 26 (2 Zusatzpunkte): Wissenstest

Was stand zu Beginn der Vorlesung vom 14.06.2012 in schwarzer Schrift oben links? Geben Sie die Antwort als Dezimalzahl an.

Bonusaufgabe 27 (7 Zusatzpunkte): Schwach gedämpfter harmonischer Oszillator

Für kleine Auslenkungen $x(t)$ wird der harmonische Oszillator beschrieben durch die Differentialgleichung (DGL) 2. Ordnung

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1)$$

wobei ω_0 die Eigenfrequenz und $\gamma \geq 0$ der Dämpfungsfaktor ist.

- (a) Wie Sie aus der Vorlesung wissen: Jede DGL n -ter Ordnung lässt sich in n DGLen 1. Ordnung überführen. Drücken Sie Gleichung (1) durch zwei DGLen 1. Ordnung aus und bringen Sie diese in die Form

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \underline{\underline{A}} \mathbf{q}(t).$$

Die allgemeine Lösung lautet

$$\mathbf{q}(t) = c_1 \boldsymbol{\xi}^1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \boldsymbol{\xi}^2 e^{\lambda_2 t},$$

wobei $\boldsymbol{\xi}^i$ der i -te Eigenvektor und λ_i der i -te Eigenwert der Matrix $\underline{\underline{A}}$ ist. Die Konstanten c_i werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt.

- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_i und Eigenvektoren $\boldsymbol{\xi}^i$ ($i = 1, 2$) und geben Sie die allgemeine Lösung $\mathbf{q}(t)$ für schwache Dämpfung ($\gamma^2 \ll \omega_0^2$) an.
- (c) Berechnen Sie den Realteil $\text{Re}[q_1(t)]$ und $\text{Re}[q_2(t)]$ von $\mathbf{q}(t) = (q_1(t), q_2(t))^T$ und plotten Sie diese für verschiedene Dämpfungen $\gamma \in [0, 0.1]$ (Parameterplot, z.B. in Mathematica: `ParametricPlot[[]]`). Wählen Sie $c_1 = \omega_0 = 1$ und $c_2 = 0$.

Bonusaufgabe 28 (4 Zusatzpunkte): Differentialgleichungen

In der Vorlesung haben Sie die Differentialgleichung

$$t^2 \ddot{x} - 3t \dot{x} + 3x = 0$$

betrachtet.

- (a) Lösen Sie die Gleichung mit einem Potenzreihenansatz

$$x(t) = \sum_n a_n t^n.$$

und überprüfen Sie ihr Ergebnis mit Hilfe der Wronski-Determinante (Def. siehe Vorlesung).

- (b) Zeigen Sie, dass Sie dieselbe Lösung erhalten, wenn sie die Variablentransformation $t = e^s$ anwenden und die transformierte Gleichung lösen.

Bitte Rückseite beachten! →

9. Übung TPI WS11

Bonusaufgabe 29 (7 Zusatzpunkte): Vermehrung von Fruchtfliegen

Um 1920 stellte R. Pearl fest, dass die Änderungsrate \dot{u} einer Population der Fruchtfliegen *Drosophila* mit der Populationsgröße $u(t)$ über die *nichtlineare* Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\dot{u} = -k_1 u - k_2 u^2 \quad (\text{mit } k_1, k_2 \in \mathbb{R}) \quad (2)$$

zusammenhängt ($k_1, k_2 = \text{const.}$).

Hinweis: In der Vorlesung wurde mit Hilfe dieser Gleichung die Dynamik von Laserphotonen beschrieben.

- Verwenden Sie zunächst die Transformation $u = \frac{1}{x}$, um die Gleichung in eine *lineare* Differentialgleichung 1. Ordnung zu überführen.
- Bestimmen Sie die zeitliche Lösung $u(t)$ von Gleichung (2).
- Zeigen Sie, dass die Population gegen eine Gleichgewichtsgröße u_∞ strebt.

Vorlesung: Do um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Aktuelles:

- Die Klausur findet am Donnerstag, den 05. Juli 2012, von 8:00 - 10:00 Uhr im Raum EW 201 statt.
- Der Termin der Nachklausur ist Donnerstag, der 12.07.2012, von 8:00 - 10:00 Uhr im Raum EW 201.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Aktive Teilnahme am Tutorium
- Bestandene Klausur

Literatur zur Lehrveranstaltung: Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Andreas Knorr	Di	13:00–13:40 Uhr	EW 742	24255
Alexander Carmele	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 703	23764
Stefan Fruhner	Fr	13:30–14:30 Uhr	EW 627/28	27681
Ken Lichtner	Di	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Helge Neitsch	Mi	11:00–12:00 Uhr	EW 269	28852
Andrea Vüllings	Do	16:30–17:30 Uhr	EW 632	22088
Anke Zimmermann	Do	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143
Sarah Loos	Fr	10:00–11:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:

<http://www.tu-berlin.de/?id=116153>.