

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary

3. Übungsblatt – TPVI: Quantensysteme im Nichtgleichgewicht

Abgabe: Fr. 25.05.2012 10:00-12:00, Uhr in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 6 (7 Punkte): *Free Green's functions: electrons*

Calculate the six Greens functions for non-interacting electrons at finite temperature

$$\begin{aligned} g^>(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= -i\langle \psi(\mathbf{x}_1, t_1) \psi^\dagger(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle \\ g^<(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= i\langle \psi^\dagger(\mathbf{x}_2, t_2) \psi(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle \\ g_T(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= \theta(t_1 - t_2) g^>(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) + \theta(t_2 - t_1) g^<(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) \\ g_{\bar{T}}(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= \theta(t_2 - t_1) g^>(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) + \theta(t_1 - t_2) g^<(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) \\ g^r(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= g_T - g^< \\ g^a(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2) &= g_T - g^>, \end{aligned}$$

and calculate their corresponding Fourier-transforms, $g(\mathbf{k}, \omega) = \int d^3x_{12} \int dt_{12} e^{i\omega t_{12} - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_{12}} g(x_1, t_1; x_2, t_2)$.

Aufgabe 7 (7 Punkte): *Free Green's functions: phonons*

Calculate the six phononic equilibrium Green's functions at finite temperature

$$\begin{aligned} D^>(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= -i\langle A_{\mathbf{q}}(t_1) A_{-\mathbf{q}}(t_2) \rangle \\ D^<(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= -i\langle A_{-\mathbf{q}}(t_2) A_{\mathbf{q}}(t_1) \rangle \\ D_T(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= \theta(t_1 - t_2) D^>(\mathbf{q}; t_1, t_2) + \theta(t_2 - t_1) D^<(\mathbf{q}; t_1, t_2) \\ D_{\bar{T}}(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= \theta(t_2 - t_1) D^>(\mathbf{q}; t_1, t_2) + \theta(t_1 - t_2) D^<(\mathbf{q}; t_1, t_2) \\ D^r(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= D_T - D^< = \theta(t_1 - t_2) [D^> - D^<] \\ D^a(\mathbf{q}; t_1, t_2) &= D_T - D^> = -\theta(t_2 - t_1) [D^> - D^<]. \end{aligned}$$

where $A_{\mathbf{q}} = (a_{\mathbf{q}}^\dagger + a_{-\mathbf{q}})$. Translate into frequency domain.

Bitte Rückseite beachten! →

3. Übung TPVI SS12

Aufgabe 8 (4 Punkte): Langreth theorem

Prove the following rule of analytic continuation provided by the Langreth theorem:

$$C = \int_C AB \Leftrightarrow C^< = \int_t [A^r B^< + A^< B^a]$$

Aufgabe 9 (7 Punkte): Equilibrium Electron-Phonon Self-Energy

To lowest-order in matrix element M_q , the electron-phonon self-energy reads

$$\Sigma_{\text{ph}}(k, \tau, \tau') = i \sum_q |M_q|^2 g(k - q, \tau, \tau') D(q, \tau, \tau'),$$

with g and D the free Green's function of electrons and phonons respectively. Using the Langreth theorem, show that the retarded self-energy can be written

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{ph}}^r(k, \omega) &= i \int \frac{d\epsilon}{2\pi} \sum_q |M_q|^2 [g^<(k - q, \omega - \epsilon) D^r(q, \epsilon) + g^r(k - q, \omega - \epsilon) D^<(q, \epsilon) \\ &\quad + g^r(k - q, \omega - \epsilon) D^r(q, \epsilon)] \\ &= \sum_q |M_q|^2 \left[\frac{N_q - n_{\text{F}}(\epsilon_{k-q} + 1)}{\omega - \omega_q - \epsilon_{k-q} + i\eta} + \frac{N_q + n_{\text{F}}(\epsilon_{k-q})}{\omega + \omega_q - \epsilon_{k-q} + i\eta} \right] \end{aligned}$$

Vorlesung:

- Do. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.
- Fr. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

Übung:

- Mi. 14–16 Uhr im EW 016 (Clive Emary).

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.
- Schriftliche Arbeit.

Literatur:

- G. D. Mahan, *Many-Particle Physics*, Springer 2000.
- H. Haug, A.-P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer 2008.
- A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, Dover 2003.
- H. Bruus and K. Flensberg, *Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics, An Introduction*, Oxford University Press, Oxford 2004.