

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary

5. Übungsblatt – TPVI: Quantensysteme im Nichtgleichgewicht

Abgabe: Fr. 15.06.2012 10:00-12:00, Uhr in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 12 (12 Punkte): Spontaneous Emission from a two-level atom

The Hamiltonian of a two-level atom interacting with a free photon bath in the RWA can be written

$$\begin{aligned} H_{\text{total}} &\equiv H_S + H_B + H_{SB} \\ &= \frac{1}{2}\omega_0\sigma_z + \sum_Q \omega_Q a_Q^\dagger a_Q + \sum_Q \gamma_Q (a_Q \sigma_+ + a_Q^\dagger \sigma_-). \end{aligned}$$

Derive the master equation for the reduced atomic density matrix in Born and Markov approximations:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho(t) &= -i\frac{1}{2}(\omega_0 + \delta\omega_0)[\sigma_z, \rho] - \frac{1}{2}\gamma_+ \left\{ \sigma_+ \sigma_- \rho + \rho \sigma_+ \sigma_- - 2\sigma_- \rho \sigma_+ \right\} \\ &\quad - \frac{1}{2}\gamma_- \left\{ \sigma_- \sigma_+ \rho + \rho \sigma_- \sigma_+ - 2\sigma_+ \rho \sigma_- \right\}. \end{aligned}$$

and determine the rates γ and γ_+ and the frequency shift $\delta\omega_0$. Give your answers in terms of the spectral density $\rho(\omega) \equiv \sum_Q \gamma_Q^2 \delta(\omega_Q - \omega)$.

Aufgabe 13 (8 Punkte): Bloch equations

From the above master equation, derive the optical Bloch equations

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle\sigma_z\rangle &= -\frac{1}{T_1} (\langle\sigma_z\rangle - \langle\sigma_z\rangle_\infty), \quad \langle\sigma_z\rangle_\infty \equiv \frac{\gamma - \gamma_+}{\gamma + \gamma_+} \\ \frac{d}{dt}\langle\sigma_+\rangle &= \left(+i\bar{\omega}_0 - \frac{1}{T_2} \right) \langle\sigma_+\rangle \\ \frac{d}{dt}\langle\sigma_-\rangle &= \left(-i\bar{\omega}_0 - \frac{1}{T_2} \right) \langle\sigma_-\rangle, \end{aligned}$$

and find expressions for the relaxation and decoherence times, T_1 and T_2 , in terms of γ and γ_+ (NB: $\bar{\omega}_0 \equiv \omega_0 + \delta\omega_0$).

5. Übung TPVI SS12

| | |
|-------------------------|---|
| Vorlesung: | <ul style="list-style-type: none">• Do. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.• Fr. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203. |
| Übung: | <ul style="list-style-type: none">• Mi. 14–16 Uhr im EW 016 (Clive Emary). |
| Scheinkriterien: | <ul style="list-style-type: none">• Mindestens 50% der Übungspunkte.• Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.• Schriftliche Arbeit. |
| Literatur: | <ul style="list-style-type: none">• H. Carmichael, <i>An Open System Approach to Quantum Optics</i>, Springer Lecture Notes in Physics m 18, (Berlin, Heidelberg, 1993).• M. O. Scully and M. S. Zubairy, <i>Quantum Optics</i>, Cambridge University Press (Cambridge 1997).• D. F. Walls and G. J. Milburn, <i>Quantum Optics</i>, Springer (Berlin 1994).• A. J. Leggett, S. Chakravarty, A. T. Dorsey, M. P. A. Fisher, A. Garg, and W. Zwerger, <i>Rev. Mod. Phys.</i> 59, 1 (1987). |