

Prof. Dr. Harald Engel
Jakob Löber

2. Übungsblatt – Statistische Physik II

Abgabe: Mi. 02.05.2012 in der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen und Matrikelnummern an.

Aufgabe 3 (10 Punkte): H-Theorem

Das Funktional H sei definiert als

$$H [P_1, P_2] = \int_{\Omega} dx P_1(x, t) \ln \frac{P_1(x, t)}{P_2(x, t)},$$

und die Zeitentwicklung von P_1 und P_2 sei gegeben durch die Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \left(F(x) P(x, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (D(x) P(x, t)) \right) = 0.$$

Zeige dass

$$H [P_1, P_2] \geq 0$$

und

$$\frac{d}{dt} H [P_1, P_2] = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} dx D(x) P_1(x, t) \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\ln \frac{P_1(x, t)}{P_2(x, t)} \right) \right)^2 \leq 0.$$

Was folgt daraus für

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(x, t) \quad \text{und} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_2(x, t)?$$

2. Übung TPVI SS12

Aufgabe 4 (10 Punkte): Lösung der Fokker-Planck-Gleichung

Es soll die Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \left(F(x) P(x, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (D(x) P(x, t)) \right) = 0$$

mit $F(x) = -\alpha x$, $D(x) = D = \text{const.}$ und $-\infty < x < \infty$ gelöst werden. Diese Gleichung kann aus der Langevingleichung für die Brownsche Bewegung abgeleitet werden. Gebe die entsprechende Langevingleichung an und interpretiere alle in der Fokker-Planck-Gleichung auftretenden Größen. Benutze zur Lösung der Fokker-Planck-Gleichung den Ansatz

$$P(x, t) = N(t) \exp\left(-\frac{x^2 - 2b(t)x}{a(t)}\right)$$

und bestimme $N(t)$, $a(t)$ und $b(t)$ für beliebige Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ mithilfe der Normierungsbedingung für P und Zeitentwicklungsgleichungen für das 1. und 2. Moment der Wahrscheinlichkeitsverteilung P .

Vorlesung: Mi um 12:00 Uhr – 14:00 Uhr in ER 164,
Do um 14:00 Uhr – 16:00 Uhr in EW 202.

Scheinkriterien: Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der letzten Vorlesungswoche).

Literatur zur Lehrveranstaltung:
Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- L. Arnold: Stochastische Differentialgleichungen
- C. W. Gardiner: Handbook of Stochastic Methods
- H. Haken: Synergetics. Introduction and Advanced Topics
- W. Horsthemke, R. Lefever, Noise-Induced Transitions
- J. L. Klimontovich: Statistical Physics
- A. S. Mikhailov: Foundations of Synergetics I
- R. L. Stratonovich, Topics in the Theory of Random Noise

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
	Prof. Harald Engel	Mi	14:30–16:00 Uhr	EW 738	79462
	Jakob Löber	Mo	14:30–16:00 Uhr	EW 737	29001

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
<http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss12>