

## 12.2 Bindungszustände des H-Atoms

### g) Bemerkungen

- Mittelwerte: o.B.

$$\langle r \rangle = \frac{a_B}{2} [3n^2 - L(L+1)]$$

$$(\Delta r)^2 = \frac{a_B^2}{4} [n^4 + 2n^2 - L^2(L+1)^2]$$

$$L=0: \frac{\Delta r}{\langle r \rangle} = \frac{1}{3} \sqrt{1 + \frac{2}{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3},$$

immer relative Unschärfe

$L=0$  ... typ. QM-Zustand, kugelsymmetrisch

Klassisch: Teilchen fliegt radial auf Kern zu

$$L=n-1: \frac{\Delta r}{\langle r \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

„klassische Bahnen“ für  $n \rightarrow \infty$

- Zweikörperproblem:

$$m = \frac{m_e m_K}{m_e + m_K} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{m_K}} \quad m_K \dots \text{Kernmasse}$$

$$\text{H-Atom: } m_K = m_p, \quad \frac{m_e}{m_p} = 0,00054463$$

$$\text{Deuterium: } m_K = m_p + m_n, \quad \frac{m_e}{m_K} = 0,000272315$$

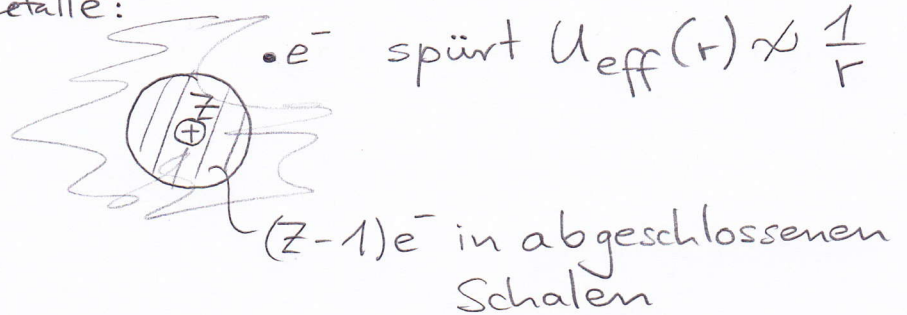
} Unterschied  
meßbar im  
Term-  
schema!

$$[R_y \sim \frac{1}{a_B} \sim m]$$

• Aufhebung der L-Entartung von  $E_n \sim \frac{1}{n^2}$ :

(i) Abweichung vom Coulomb-Pot. ( $\sim \frac{1}{r}$ )

Bsp: Alkali-Metalle:



(ii) H-Atom: durch relativ. Effekte

Quantifiziere durch Sommerfeldsche Feinstrukturkonst.

(12.34)

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,037}$$

(1) relativ. Korrektur der  $e^-$ -Masse:

$$\frac{p^2}{2m_e} - \frac{1}{8} \frac{(p^2)^2}{m_e^3 c^2}$$

Störhamiltonian

(2) Spin-Bahn-Kopplung des  $e^-$ :  $\underline{S} \leftrightarrow \underline{L}$   
 [Kap. 13.3]

(3) Darwin-Term: relativistische Zitterbewegung des  $e^-$

$$\rightarrow \text{Korrektur} \sim |\psi_{nlm}(0)|^2 = |\psi_{nL=0m}(0)|^2$$

(1)-(3)  $\rightarrow$  Feinstruktur des H-Spektrums

$$E_n + \Delta E_n \text{ mit}$$

$$\text{Korrektur } \Delta E_n \sim \alpha^2 E_n$$

[Kap. 15]

(4) Lamb shift:

Ww von  $e^-$  mit Nullppts. schwingung  
des quantisierten em Feldes

$$\rightarrow \Delta E_n \rightarrow \Delta E_n \sim \alpha^3 \ln \alpha E_n$$

(5) Hyperfeinstruktur:

Ww.  $e^-$ -Spin & Kern-Spin

$$\rightarrow \Delta E_n \sim \Delta E_{\text{Feinstruktur}} \cdot \underbrace{\frac{m_e}{m_K}}_{\frac{1}{2000}!}$$

- Aufhebung der  $m$ -Entartung von  $E_n$ :  
durch  $\underline{B}$ ,  $\underline{E}$ -Feld  $\parallel$   $z$ -Achse  
[Kap. 13.1]