Prof. Dr. Sabine Klapp,
Arash Azhand, Mathias Hayn, Emely Wiegand

# 3. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

**Abgabe: Do. 10.05.2012 bis 11:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 2er-/3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.*

**Aufgabe 7 (6 Punkte):** *Entropie eines Paramagneten*

Betrachten Sie ein System aus $N$ nicht-wechselwirkenden Spins ($s = \frac{1}{2}$) in einem externen magnetischen Feld **H**. Der Hamiltonian ist gegeben durch $H = -h\sum_{i=1}^{N}\sigma_i$ mit $\sigma_i = \pm 1$ und $h = -\mu_B|\mathbf{H}|$. Berechnen Sie die Zahl der Zustände mit fester Gesamtenergie $E$ nach der Relation

$$\Omega = \sum_{\{\sigma\}} \delta\left(E - H\right),$$

wobei $\sum_{\{\sigma\}}$ die Summe über alle Spin-Konfigurationen ist.
**Hinweis:** Benutzen Sie die Integraldarstellung der Deltafunktion. Der resultierende Integrand kann geschrieben werden in der Form $\exp\left[Nf\left(k\right)\right]$. Entwickeln Sie $f\left(k\right)$ bis zur zweiten Ordnung in $k$ und bestimmen sie das Integral.

**Aufgabe 8 (4 Punkte):** *Gibbs-Paradoxon*

Betrachten Sie in dieser Aufgabe ein ideales Gas aus $N$ Teilchen in einem Volumen $V$, welches durch eine Trennwand in zwei Teilvolumen $V_1$ (mit $N_1$ Teilchen) und $V_2 = V_1$ (mit $N_2 = N_1$ Teilchen) aufgeteilt ist. Die Teilvolumen sind charakterisiert durch die Entropien $S_1$ und $S_2$.

(a) Zeigen Sie, dass die Gesamtentropie, welches das ganze System (ohne Trennwand) charakterisiert, durch

$$S = S_1 + S_2 + A, \quad A \neq 0,$$

gegeben ist, wenn man den kombinatorischen Vorfaktor $\frac{1}{N!}$ in der Relation für die Anzahl der Zustände $\Omega$ vernachlässigt.

(b) Zeigen Sie nun, dass man für die Gesamtentropie

$$S = S_1 + S_2$$

erhält, wenn man diesen Vorfaktor in $\Omega$ berücksichtigt. Diskutieren Sie ihre Ergebnisse.

**Aufgabe 9 (5 Punkte):** *Zeit- und Ensemble-Mittelwerte*

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich auf dem Einheitsquadrat ($0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1$) bewegt, gemäß der Bewegungsgleichungen $\dot{x} = \alpha$ und $\dot{y} = 1$. Nehmen Sie periodische Randbedingungen an.
Sei nun die Funktion

$$f\left(x,\, y\right) = \sum_{l,m=-\infty}^{\infty} A_{lm} \exp\left[2\pi i\left(lx + my\right)\right],$$

mit $l, m \in \mathbb{N}$, gegeben.

**Bitte Rückseite beachten!⟶**

(a) Berechnen Sie den Zeitmittelwert der Funktion $f(x, y)$.

(b) Bestimmen Sie den Ensemble-Mittelwert für $f(x, y)$.

(c) Für welchen Wert von $\alpha$ sind die beiden Mittelwerte gleich?

## Vorlesung:
Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

## Scheinkriterien:

- Mindestens $50\%$ der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

## Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

## Sprechzeiten:

| **Name** | **Tag** | **Zeit** | **Raum** | **Tel.** |
|---|---|---|---|---|
| Prof. Sabine Klapp | Di | 12:15 – 13:00 Uhr | EW 707 | 23763 |
| Arash Azhand | Do | 11:00 – 12:00 Uhr | EW 627 | 27681 |
| Mathias Hayn | | nach Vereinbarung | EW 711 | 27884 |
| Emely Wiegand | Mi | 11:00 –12:00 Uhr | EW 60/61 | 26143 |