

Prof. Dr. Sabine Klapp
Dipl.-Phys. Ken Lichtner

3. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

Abgabe: Do. 09.05.2013 zu Beginn der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 6 (8 Punkte): Korrelationsfunktionen und generierende Funktionale

Betrachten Sie den Vielteilchen-Hamiltonian eines klassischen Fluids, bestehend aus N Teilchen der Masse m :

$$H_N = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + V_{\text{int}}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) + \sum_{i=1}^N V_{\text{ext}}(\mathbf{r}_i).$$

V_{int} bezeichnet das Gesamtpotential der Teilchenwechselwirkungen und V_{ext} ist hier ein beliebiges, externes (Einteilchen-)Potential sein.

Das Großkanonische Potential $\Omega = -k_B T \ln Z_{\text{GK}}$ ist eine Funktion vom chemischen Potential μ , der Temperatur T und dem Systemvolumen V . Aus der Tatsache, dass Ω zudem ein Funktional von $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ ist, folgt nun:

$$\Omega = \Omega[u(\mathbf{r})], \quad \text{wobei } u(\mathbf{r}) \equiv \mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r}).$$

Zeigen Sie, dass die erste Funktionalableitung von Ω nach der Funktion $u(\mathbf{r})$ der gemittelten Einteilchen-Dichte $\rho(\mathbf{r})$ entspricht:

$$\frac{\delta \Omega}{\delta u(\mathbf{r})} = -\rho(\mathbf{r}).$$

Aufgabe 7 (6 Punkte): Barometrische Höhenformel

Ein ideales Gas aus N Atomen im Volumen V befinde sich bei der Temperatur T in einem äußeren Feld $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$:

$$H_N = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i=1}^N V_{\text{ext}}(\mathbf{r}_i).$$

- (i) Berechnen Sie die Ortsabhängigkeit der Einteilchendichte $\rho(\mathbf{r})$.
- (ii) V_{ext} sei das Schwerfeld der Erde. Berechnen Sie, wie sich der Gasdruck mit der Höhe über dem Erdboden ändert.

Bitte Rückseite beachten! →

3. Übung TP VI SS13

Aufgabe 8 (6 Punkte): *Maxwell-Konstruktion für die Freie Energie*

Die Maxwell-Konstruktion wird u.a. verwendet, um die koexistierenden Gas-/Flüssigphasen für den Phasenübergang 1. Ordnung eines realen Fluids zu finden. In homogenen Systemen geht man oft von der spezifischen Freien Energie $f \equiv F/N$ als Funktion von $\nu \equiv V/N$ aus. Die koexistierenden Phasen lassen sich dann z.B. im P - V -Diagramm mit Hilfe der sog. Doppel-Tangenten-Konstruktion bestimmen. Zeigen Sie, ausgehend von den Gleichgewichtsbedingungen für die Zweiphasen-Koexistenz, dass für die spezifischen Koexistenz-Volumina v_g und v_f die Ableitungen von f nach v_g, v_f gleich sind und dass die Punkte $(v_g, f(v_g))$ und $(v_f, f(v_f))$ auf der selben Tangente an f liegen.

Vorlesung:	Donnerstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203 Freitag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203
-------------------	---

Tutorium:	Do 12:15 Uhr – 11:25 Uhr im EW 229
------------------	------------------------------------

Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts
-------------------------	---